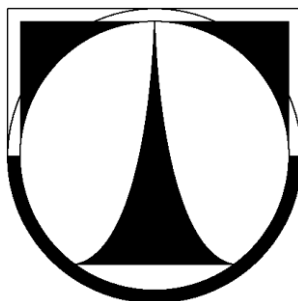


TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI

Fakulta strojní



DIPLOMOVÁ PRÁCE

Liberec 2014

Aleš Richter

TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI

Fakulta strojní

Studijní program: N2301 Strojní inženýrství

Studijní obor: Aplikovaná mechanika

Zaměření: Inženýrská mechanika

Vývoj nosného rámu měřicí platformy pro obráběcí stroje

Development of a support frame of measuring platform for machine tools

Diplomová práce

Autor: Bc. Aleš Richter

Vedoucí práce: Ing. Michal Sivčák, Ph.D.

Konzultant: Ing. Tomáš Vencel

Počet stran: 61

Počet příloh: 8

V Liberci 12.5.2014

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

Jméno a příjmení: Aleš Richter
Studijní program: N2301 Strojní inženýrství
Studijní obor: Aplikovaná mechanika
Zaměření: Inženýrská mechanika

Ve smyslu zákona č. 111/1998 Sb. o vysokých školách se Vám určuje diplomová práce na téma:

Vývoj nosného rámu měřicí platformy pro obráběcí stroje

Zásady pro vypracování:

(uveďte hlavní cíle diplomové práce a doporučené metody pro vypracování)

Hlavním cílem diplomové práce je vývoj nosného rámu měřicí platformy pro obráběcí stroje s ohledem na použitá měřicí zařízení a provozní frekvence. Při řešení diplomové práce se předpokládá následující postup:

1. Návrh několika variant měřicího rámu. Výběr a MKP analýza nejlepších variant.
2. Identifikace možného vnějšího zatížení a provozních frekvencí.
3. Zhodnocení MKP analýzy s ohledem na tuhost a vlastní frekvence rámu. Výběr optimální varianty.
4. Experimentální ověření dosažených výsledků na prototypu rámu.

Forma zpracování diplomové práce:

- průvodní zpráva: cca. 50stran

- Poster shrnující obsah DP formátu A1

Seznam literatury (uveďte doporučenou odbornou literaturu):

1. J. Tůma: *Zpracování signálů získaných z mechanických systémů užitím FFT*,

Sdělovací technika, 1997

2. M. G. Larson, F. Bengzon: *The Finite Element Method: Theory, Implementation, and Applications*, 2013

Vedoucí diplomové práce: Ing. Michal Sivčák, Ph.D.

Konzultant diplomové práce: Ing. Tomáš Vencel

L. S.

Prof., Ing. Miroslav Václavík, CSc.

vedoucí katedry

Doc., Ing. Miroslav Malý, CSc.

děkan

V Liberci dne

Platnost zadání diplomové práce je 15 měsíců od výše uvedeného data. (v uvedené lhůtě je třeba podat přihlášku ke SZZ). Termíny odevzdání diplomové práce jsou určeny pro každý studijní rok a jsou uvedeny v harmonogramu výuky.

Prohlášení

Byl jsem seznámen s tím, že se na moji diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, zejména § 60 – školní dílo.

Beru na vědomí, že Technická univerzita v Liberci (TUL) nezasahuje do mých autorských práv užitím mé diplomové práce pro vnitřní potřebu TUL.

Užiji-li diplomovou práci nebo poskytnu-li licenci k jejímu využití, jsem si vědom povinnosti informovat o této skutečnosti TUL. V tomto případě má TUL právo ode mne požadovat úhradu nákladů, které vynaložila na vytvoření díla, až do jejich skutečné výše.

Diplomovou práci jsem vypracoval samostatně s použitím uvedené literatury a na základě konzultací s vedoucím práce a konzultantem.

Datum

Podpis

Poděkování

Děkuji Ing. Michalu Sivčákovi, Ph.D. za věcné připomínky při konzultacích výsledků a psaní této práce.

Rád bych zde poděkoval kolegům z firmy VÚTS, a.s. - Ing. Tomáši Venclovi, Ing. Pavlu Hisemovi, Ph.D. a Ing. Martinu Pustkovi, Ph.D. za četné podněty, odborné zkušenosti a konzultace.

Děkuji firmě VÚTS, a.s. za poskytnutí zázemí pro měření, nejmodernějších technologií a programů.

Anotace

Diplomová práce „Vývoj nosného rámu měřicí platformy pro obráběcí stroje“ vychází z jedné části projektu MPO FR-TI4/182 - Modulová řada vřeteníkových jednotek obráběcích strojů nové generace.

Zabývá se vývojem rámu, který je osazen laserovými měřicími prvky a slouží k měření různých parametrů vřeteníku. Porovnává návrhy několika variant rámu, a vybírá ten nejvhodnější. Vyhovující rám je podroben MKP analýze pro ověření jeho tuhosti a vlastních frekvencí a vylepšen dle získaných hodnot. Výsledky z MKP analýzy jsou následně experimentálně ověřeny a zhodnoceny na prototypu rámu.

Annotation

Diploma thesis „Development of a support frame of measuring platform for machine tools" is based on one part of the project MPO FR-TI4/182 - Modular series headstock units of machine tools of the new generation.

Thesis deals with development of the frame which carries the measuring elements. It contains several variants of frames, which are compared, and one is selecting as the best. Matching frame is analyzed by FEM analysis in terms of stiffness and natural frequencies and improved according to the values obtained. The results of the FEM analysis are then experimentally verified and evaluated on a prototype frame.

Klíčová slova

Key words

Modální analýza

Modal analysis

Vlastní frekvence

Natural frequency

Tuhost

Stiffness

Nosný rám

Support frame

Vřeteníková jednotka

Headstock unit

OBSAH

Přehled použitých symbolů	10
Přehled použitých zkratk	11
1. Úvod do problému měření vřeteníkových jednotek	12
1.1 Požadavky na rám	13
1.2 Postup vývoje nosného rámu - cíle	14
2. Aplikace MKP	15
2.1 Obecné teorie MKP	15
2.1.1 Volba sítě	16
2.1.2 Přesnost MKP	16
2.2 Vlastní použití MKP na rámu	18
2.2.1 Zadání úlohy	18
2.2.2 Příprava modelu	20
2.2.3 Tvorba sítě	20
2.2.4 Okrajové podmínky	21
2.2.5 Software & Hardware	21
3. Vývoj nosného rámu	22
3.1 Návrhy několika variant	22
3.2 Ověření návrhu rámu	24
3.3 Snížení průhybu rámu	25
3.4 Optimální varianta rámu	26
4. Zpracování signálů	27
4.1 Harmonický signál	28
4.2 Fourierova transformace	28
4.2.1 Diskrétní Fourierova transformace	29
4.2.2 Algoritmus rychlé Fourierovy transformace	30
4.3 Chyby při zpracování signálu	31
4.3.1 Aliasing	31
4.3.2 Leakage – chyba únikem	32
5. Identifikace možného vnějšího zatížení a provozních frekvencí	34
5.1 Popis měření	34
5.2 Měřicí místo a snímače	35
5.3 Způsob měření a vyhodnocení	35
5.4 Výsledky měření	36
5.5 Shrnutí identifikace možného vnějšího zatížení	37

6. Experimentální ověření dosažených výsledků na prototypu rámu	38
6.1 Měření statické tuhosti	38
6.1.1 Způsob měření a vyhodnocení	38
6.1.2 Výsledky měření.....	39
6.2 Experimentální modální analýza	41
6.2.1 Způsob měření a vyhodnocení	41
6.2.2 Měřicí přístroje a snímače	42
6.2.3 Výsledky měření.....	42
6.3 Chyby měření	43
6.4 Shrnutí měření statické tuhosti a experimentální modální analýzy	44
7. Simulace reálného uložení.....	45
7.1 Výsledky ze simulace reálného uložení	46
7.2 Shrnutí výsledků ze simulace reálného uložení.....	48
8. Závěr	49
9. Literatura.....	51
10. Přílohy.....	53
10.1 Příloha kapitoly 1	53
10.2 Příloha kapitoly 2	53
10.3 Příloha kapitoly 3	55
10.4 Příloha kapitoly 4	55
10.5 Příloha kapitoly 5	56
10.6 Příloha kapitoly 6	58
10.7 Příloha kapitoly 7	61

Přehled použitých symbolů

E	modul pružnosti [MPa],
$R_{p0,2}$	smluvní mez kluzu [MPa]
μ	poissonova konstanta [-]
ρ	hustota [kg/m ³]
x, y, z	souřadnice vzdálenosti [mm]
m	hmotnost [kg]
\varnothing	průměr [mm]
$h5, F7$	rozměrové tolerance hřídele a náboje [mm]
F	síla [N]
k	bezpečnost [-]
w_{max}	průhyb volného konce [mm]
U	deformační energie [J]
L	délka nosníku [mm]
J_y	kvadratický moment průřezu [m ⁴]
$M(x)$	vnitřní statický moment [Nm]
Ω	vlastní frekvence [Hz]
Z_1, Z_2	průhyb konzoly [mm]
$x(t)$	časová funkce
A	amplituda
φ	počáteční fáze [rad]
ω	úhlová frekvence [rad/s]
t	čas [s]
$X(\omega)$	Fourierova transformace signálu $x(t)$
j	imaginární jednotka
Fk	koeficienty rozvoje periodické funkce $x(t)$ do tvaru Fourierovy řady
Gk	koeficienty rozvoje periodické funkce $y(t)$ do tvaru Fourierovy řady,
x_i, x_k	hodnoty (vzorky) vzorkovaného signálu
N	délka záznamu (počet vzorků), obvykle mocnina 2
$F_N\{x_t\}$	DFT vzorkovaného signálu x_t ze záznamu o délce N
v_{ef}	efektivní rychlost kmitání [mm/s]
f/f_0	poměr základní otáčkové a naměřené frekvence [-]

Přehled použitých zkratk

PC	Počítač
DP	Diplomová práce
MKP	Metoda konečných prvků
FEM	Finite Element Method
CAD	Computer aided design, počítačem podporované navrhování
nD	n rozměrný útvar (prostor)
3D	trojrozměrný prostor
EN	evropská norma
CONM	concentrated mass element
RBE	rigid body element
M 20	metrický závit (šroub)
A/D	analogově digitální (převodník)
fce	funkce
FT	Fourierova transformace
DFT	diskrétní Fourierova transformace
FFT	rychlá Fourierova transformace

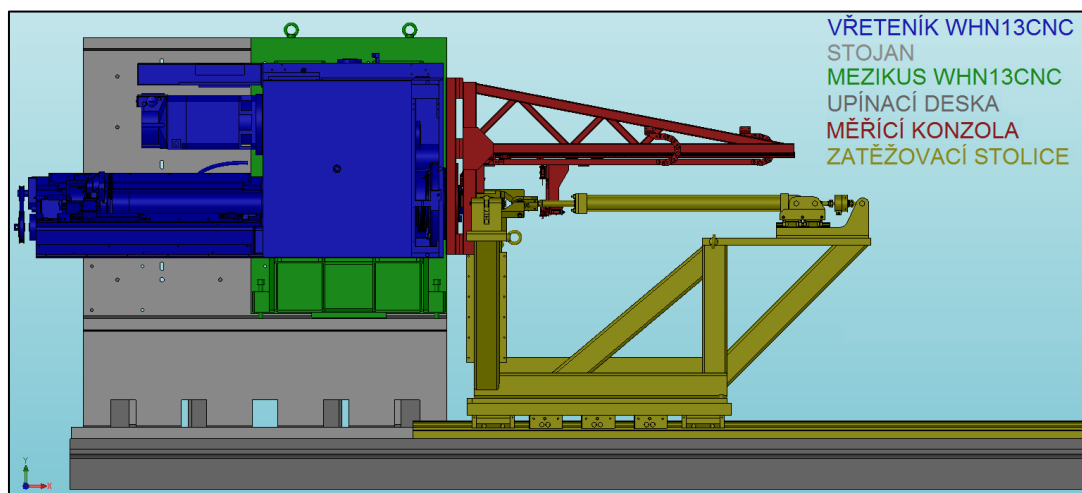
V textu DP bude často frekventovaným pojmem *měřicí rám, měřicí konzola, rám* či *konzola*. Jedná se o jednu tutéž věc, která je předmětem vývoje DP.

1. Úvod do problému měření vřeteníkových jednotek

Diplomová práce se zabývá problémem měřicí konzoly (rámu), který vychází z projektu řešeného pro firmu TOS Varnsdorf, a. s. (Projekt FR-TI4/182 - Modulová řada vřeteníkových jednotek obráběcích strojů nové generace) ve spolupráci s VÚTS, a.s. Celý projekt si klade za úkol zhotovit zkušební stolicí, která bude umožňovat následující činnosti:

- Záběh hlavního uložení
- Měření statické tuhosti hlavního uložení - v radiálním i axiálním směru
- Měření hluku a vibrací hlavního uložení
- Měření oteplení ložisek hlavního uložení
- Měření geometrie, svěšování a dilatace pracovního vřetena, včetně prostorového chování vřetena za rotace
- Snímání teplotního pole vřeteníku
- Simulace řezné síly - v radiálním i axiálním směru za rotace vřetena
- Simulace chlazení nástroje osou vřetena
- Měření pasivních odporů a posuvové síly při výsuvu vřetena

Měřicí konzola je jednou z podsestav celého projektu. Je montována na čelo vřeteníku a jsou na ni zavěšeny měřicí přístroje a prvky pro jednotlivá měření. Konzola bude univerzální pro všechny typy vřeteníků, ale v DP se budu zabývat pouze „středním“ vřeteníkem WHN13CNC.



Obr. 1.1. Schéma uspořádání

Pro lepší představu o celé koncepci zařízení uvádím některé orientační parametry sestavy:

	Rozměry x,y,z [mm]			Hmotnost [kg]
Upínací deska	6000	300	3000	15120
Vřeteník WHN13CNC	2700	1210	910	3500
Stojan	2290	2370	1400	6300
Mezikus WHN13CNC	1160	1655	1050	1700

Tab. 1.1 Parametry sestav

1.1 Požadavky na rám

Rám osazený snímači zajišťuje následující měření:

- Měření statické tuhosti hlavního uložení - v radiálním i axiálním směru
- Měření geometrie, svěšování a dilatace pracovního vřetena, včetně prostorového chování vřetena za rotace

Rozměry konzoly jsou dány hmotností, velikostí a rozmístěním měřících prvků (většinou se jedná o laserová čidla MICRO-EPSILON s měřícím rozsahem 10 mm a střední vzdáleností od měřeného objektu 35 mm). Čidla byla volně přestavitelná po celé délce ramene konzoly pomocí lineárních vedení. Každá sestava čidel měla hmotnost 10 kg. Lineární vedení, odměřování polohy a energetické řetězce s náplní měly hmotnost 25 kg rovnoměrně rozmístěnou po celé délce rámu.

Dále muselo být možno měřit v plném rozsahu výsunu (1500 mm) pracovního vřetena s měřícím trnem (300 mm). Konzola musí být co možná nejtužší a nejlehčí, vlastní frekvence rámu pak bude mimo budící provozní otáčky vřetene, bude nad nimi.

Přesnost měření měla být řádově v $[\mu\text{m}]$ a z tohoto předpokladu vycházely i nároky na měřící konzolu. Tyto nároky vychází z požadavků zákazníka (TOS Varnsdorf), který chce zpřesnit a zautomatizovat dosavadní metody měření.

- Průhyb volného konce konzoly osazeného „vozíky“ se snímači by měl být do 0,5 mm. Při pojezdu vozíků po celé měřící délce konzoly (až 2000 mm) při daném měření nesměl být rozdíl průhybů konzoly v daném místě větší jak 0,2 mm. Měření vřeteníku probíhalo vždy z ustálených poloh a čidla zaznamenávala relativní odchylky, proto nebylo třeba větší tuhosti a menších průhybů.

- Není žádoucí vybuzení konzoly provozními otáčkami vřetene, které jsou 10 - 8000 ot/min.

Tyto požadavky vycházely ze znalostí zkušenějších kolegů s jednotlivými metodami měření.

Rám bude nasazen na jedinou přesnou plochu vřeteníku - na válcovou přírubu průměru 400 mm a zajištěn 4 šrouby M 20. Uložení budeme dále uvažovat jako jednostranně vetknutý nosník - krakorec.

1.2 Postup vývoje nosného rámu - cíle

- Návrh několika variant měřicího rámu. Výběr a MKP analýza nejlepších variant.
- Identifikace možného vnějšího zatížení a provozních frekvencí (měření na čele vřeteníku).
- Zhodnocení MKP analýzy s ohledem na tuhost a vlastní frekvence rámu. Výběr optimální varianty.
- Experimentální ověření dosažených výsledků na prototypu rámu.

2. Aplikace MKP

2.1 Obecné teorie MKP

V dnešní době se drtivá většina navržených konstrukcí a součástí z hlediska pružnosti a pevnosti kontroluje pomocí metody konečných prvků – MKP (angl. FEM). Tato metoda nachází uplatnění i v jiných oborech jako je třeba termomechanika a hydromechanika. Slouží k simulacím proudění tepla, tekutin, záření, či piezoelektrickým nebo elektromagnetickým jevům. Vývoj MKP začal v 50. letech 20. století a k masivnímu rozvoji došlo na začátku 70. let a i nadále se vyvíjí.

Název metody značí skutečnost, že základním stavebním kamenem je prvek konečných rozměrů, narozdíl od infinitesimálního pohledu klasické pružnosti a pevnosti, která vychází z představy rovnováhy na nekonečně malém elementu. Metoda konečných prvků tedy vyžaduje rozdělení řešené oblasti na konečný počet podoblastí (prvků). Hustota a topologie prvků sítě pak zásadně ovlivňuje kvalitu výsledků a potřebnou kapacitu pro řešení.

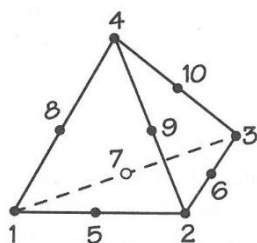
Na jednotlivých prvcích se řeší celkem 15 neznámých f_{ci} proměnných (obecná prostorová statická úloha z pružnosti a pevnosti). Jedná se o tři posuvy, šest přetvoření a šest napětí. Tyto funkce jsou vázány systémem obecných rovnic pružnosti, které musí být splněny uvnitř řešené oblasti. Jsou to rovnice rovnováhy - rce fyzikální (konstitutivní) a rce geometrické. Systém rovnic musí být doplněn okrajovými podmínkami (geometrickými a silovými). Soustava rovnic se pak řeší pomocí variačních principů mechaniky (Lagrange). Algoritmus MKP vede na řešení soustavy lineárních algebraických rovnic.

Řešit rám analyticky by dlouho nevedlo k cíli vzhledem k jeho složitosti, ale je možné konstrukci hodně zjednodušit a ověřit si výsledky MKP orientačním výpočtem.

2.1.1 Volba sítě

Volba sítě je důležitá. Existuje celá řada prvků, kterými lze tvořit síť, např.: lineární čtyřstěn, kvadratický čtyřstěn, lineární šestistěn, lineární šestistěn + doplň. funkce a kvadratický šestistěn. Na testovací úloze (jednostranně vetknutý nosník - viz. příloha) bylo ukázáno, že nejlepší výsledky byly dosaženy u kvad. čtyřstěnu, lin. šestistěnu + doplň. funkce a kvad. šestistěnu. Nejnižší počet neznámých pak byl u lin. šestistěnu + doplň. funkce a nejvyšší u kvad. čtyřstěnu. Čtyřstěn je ale jako jediný tvar prvku použitelný k plně automatickému vykrytí tvarově složitých objemů těles, modelovaných ve 3D. Síť ze šestistěnů vyžaduje vždy komplikovanou topologickou přípravu a poskytuje jen omezené možnosti lokálního zhušťování. Model rámu tedy bude síťován kvadratickým čtyřstěnem. [2] [3]

Čtyřstěny jsou nejstarší a nejjednodušší konečné prvky 3D prostoru vzniklé přirozeným rozšířením řady tzv. simplexů v nD prostoru. V každém uzlu má prvek 3 složky posunutí, celkem tedy $3 \times 10 = 30$ parametrů deformace. Tento prvek lze zefektivnit přidáním prvních derivací složek (rotací) posunutí ve vrcholech čtyřstěnu, posuvy ve středech stran se neuvažují, parametrů je pak $6 \times 4 = 24$. [1]



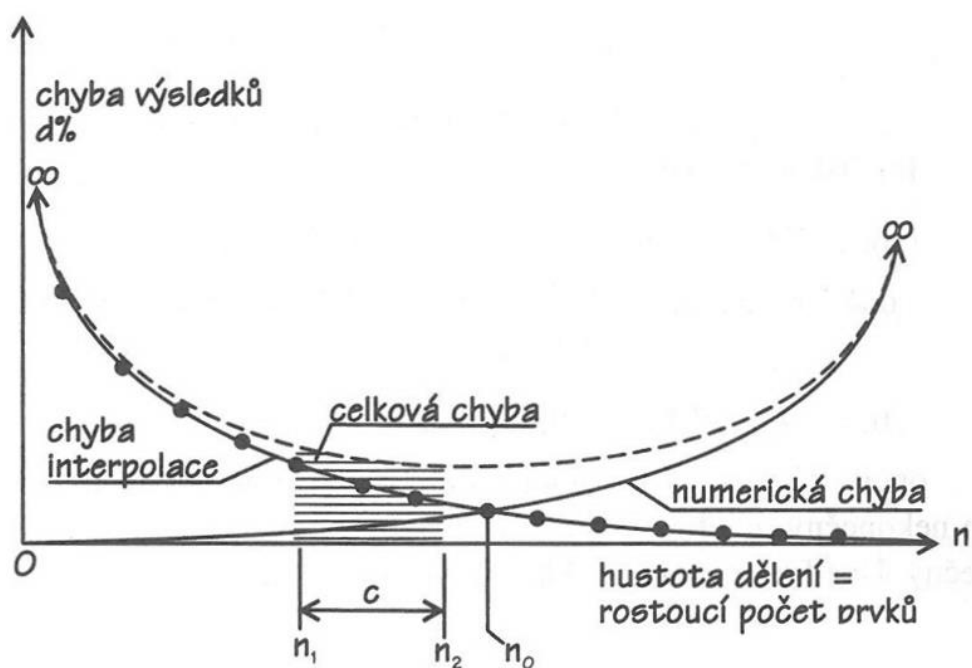
Obr. 2.1 Čtyřstěn 10 uzlový. [1]

2.1.2 Přesnost MKP

Metoda konečných prvků dává spolehlivé výsledky, jestliže jsou zadány správné vstupy (statické, dynamické, geometrické a fyzikální).

Počet použitých elementů ovlivňuje přesnost FEM modelu a jeho výpočetní čas. Chyba vzniká špatnou interpolací, tj. rozkladem přesné funkce do básových funkcí po prvcích (hrubé rozdělení). S rostoucí hustotou dělení roste počet rovnic N a numerická chyba. Existuje dělení n_0 při němž je celková chyba minimální. [1]

Při tvorbě sítě je tedy potřeba mít k dispozici co nejpřesnější 3D model rozdělený na optimální počet elementů.



Obr. 2.2 Chyba MKP na počtu prvků. Výpočty užité v DP se nacházejí vpravo od bodu n_0 – síť je spíše jemnější. [1]

2.2 Vlastní použití MKP na rámu

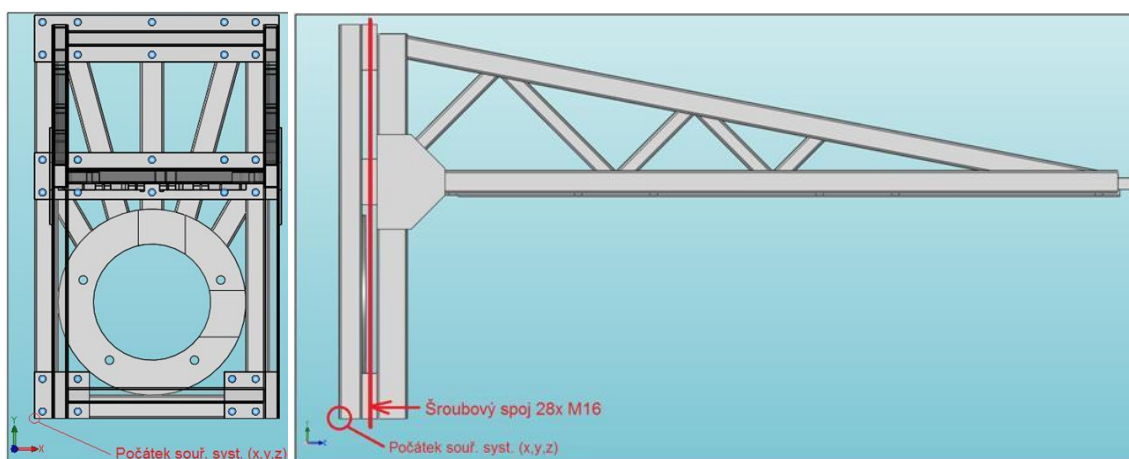
2.2.1 Zadání úlohy

Konstrukce měřicí konzole byla kompletně svařovaná, kromě 28 šroubových spojů (Obr. 2.1). Použitým materiálem byla ocel (S235JRH (1.0039) dle EN 10219-1 obdobná: 11 375).

Modul pružnosti $E = 2,069 \cdot 10^5 \text{ MPa}$, smluvní mez kluzu $R_{p0,2} = 235 \text{ MPa}$.

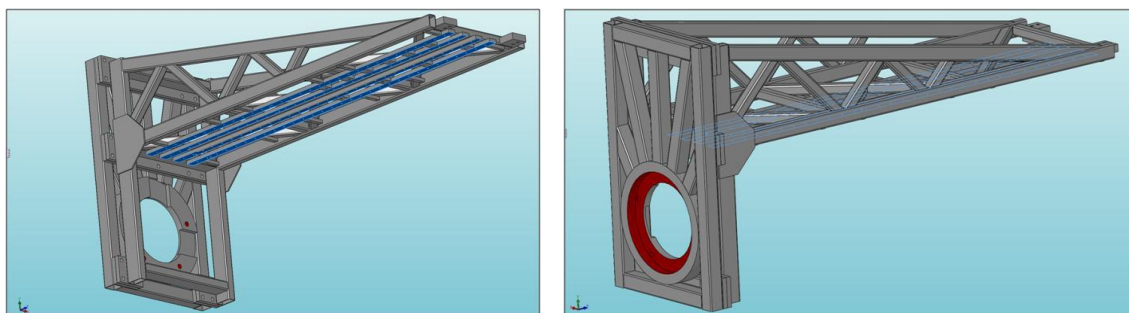
Poissonova konstanta $\mu = 0,298$.

Hustota $\rho = 7829 \text{ kg/m}^3$.



Obr. 2.1 Počátek souřadnicového systému.

Konzola byla pevně uchycena na válcovou plochu a navazující čelo, viz obr. 2.2. Byla zatížena vlastní vahou v záporném směru osy y a hmotností dalších přívažků. Hmotnost přívažku byla celkem 25kg a uvažovali jsme ho rovnoměrně rozdělený po celé délce 4 modrých ploch, viz obr. 2.2.

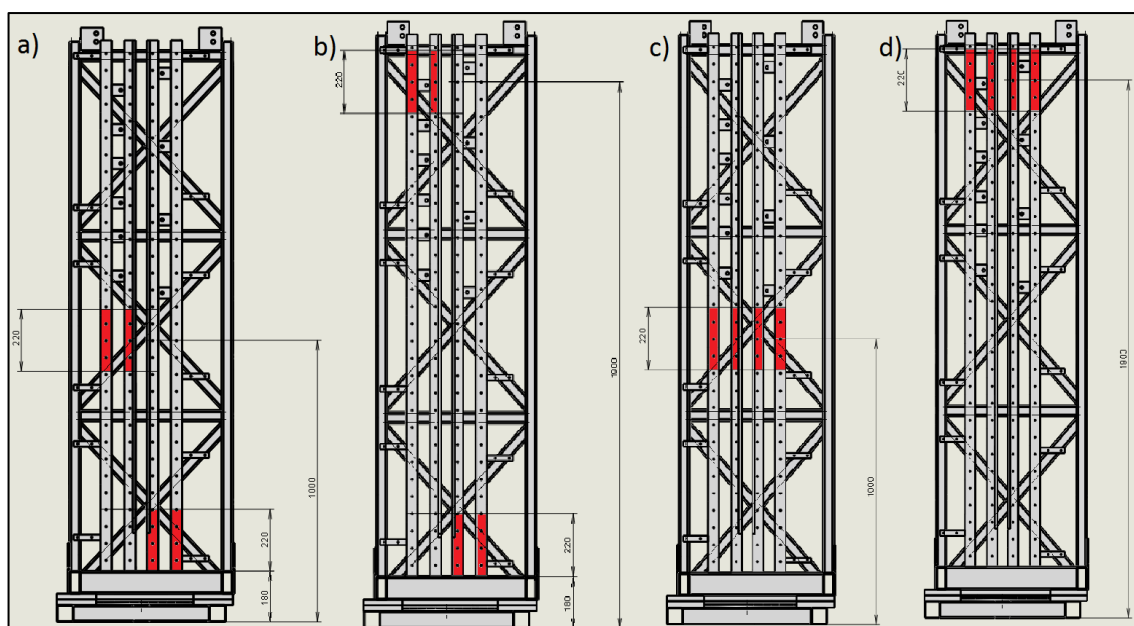


Obr. 2.2 Okrajové a zatěžující podmínky

Hmotnosti přivažků 2x 10 kg jsou spojitě rozděleny po délce červených ploch, viz obr. 2.3.

Podle způsobu zatěžování byly definovány tyto úlohy:

1. Zatížení vlastní vahou a hmotností přivažku 25 kg (platí i pro úlohy 2-5), Obr. 2.2.
2. Zatížení 2x 10kg nesymetricky s hmotou na začátku a uprostřed, Obr. 2.3a.
3. Zatížení 2x 10kg nesymetricky s hmotou na začátku a na konci, Obr. 2.3b.
4. Zatížení 2x 10kg symetricky s hmotou uprostřed, Obr. 2.3c.
5. Zatížení 2x 10kg symetricky s hmotou na konci, Obr. 2.3d.

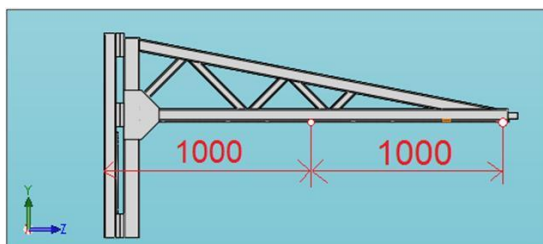


Obr. 2.3 Poloha přivažků.

Zadání výpočtu:

Pro všechny úlohy (1 – 5, viz výše) určit:

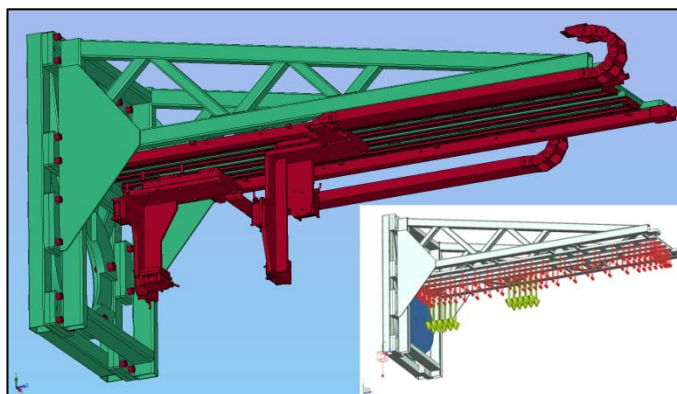
- Vlastní frekvence měřicí konzoly a prvních 10 vlastních tvarů.
- Maximální napětí a deformace konzoly.
- Průhyb konzoly v její polovině $z = 1000$ mm, na konci $z = 2000$ mm, Obr. 2.4.



Obr. 2.4 Body, v kterých se určují průhyby konzoly.

2.2.2 Příprava modelu

Modely rámu musely být kvůli náročnosti výpočtu zjednodušeny tak, že se síťovala pouze vlastní svařovaná (šroubovaná) konstrukce. Nakupované díly (kolejnice, vozíky, energetické řetězce, čidla, měřící laserové systémy a různé další drobné prvky) byly zjednodušeny do funkčních podsestav. Každá podsestava pak byla reprezentována v MKP modelu hmotným bodem, kterému byla v přesně stanoveném souřadnicovém systému (x, y, z) přiřazena hmota a momenty setrvačnosti (kvůli modální analýze) v těžišti. Momenty setrvačnosti byly stanoveny z programu SolidWorks přímo z modelu.



Obr. 2.3 Zjednodušení modelu.

2.2.3 Tvorba sítě

K nasítování konstrukce byly použity 10ti uzlové kvadratické čtyřstěny, vzhledem k velikosti jednotlivých dílů o délce hrany 6 - 10 mm. V určitých místech (malé radiusy) program zmenšuje délku hrany i pod 6 mm. Nasítování probíhalo automaticky a 3D elementů bylo řádově 10^6 a 1D elementů 10^4 .

Na CAD modelu konzoly byly vytvořeny oblasti tak, aby byly na tloušťce profilu alespoň 2 elementy, což vede k přesnějším výsledkům.

Jelikož se jednalo o zjednodušený výpočet a nebylo možné z důvodu výpočetní náročnosti použít kontakty v místě dotyku jednotlivých součástí, byly sítě těchto součástí spojeny v dotýkajících se plochách, nebo spojeny kombinací RBE2 a RBE3 elementů. [15]

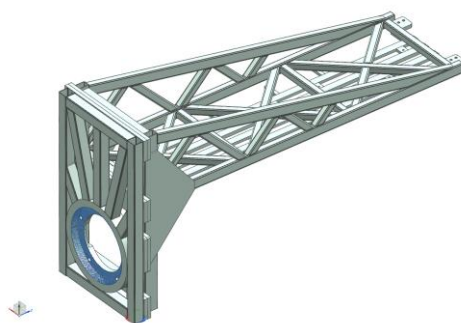
RBE2 a RBE3 jsou 1D prvky, dokonale tuhé často používané. RBE2 není vhodný k přenosu deformace, zatímco RBE3 přenáší deformaci (viz. příloha). RBE2 se používá k pevným připojením a kolíkovým spojmům, RBE3 k modelovým přechodům svarům.

Dále byly použity pro modální analýzu 0D prvky CONM2 (Concentrated Mass Element), v kterých byla definována hmota přívažků zadáním jejich hmotností a jejich momentů setrvačnosti vzhledem k orientačnímu systému umístěnému v těžišti přívažku se shodnou orientací os jako má základní orientační systém. Tyto body byly spojeny pomocí RBE3 elementů s uzly na povrchu ploch na zavěšování přívažků.

Nasíťování FEM modelu pro modální analýzu se od ostatních analýz lišilo tím, že pro tenkostěnné profily byl vytvořen jen jeden prvek na tloušťku stěny z důvodu snížení počtu prvků. Při použití dvou prvků na tloušťku stěny nestačila pro modální analýzu výpočetní kapacita počítače. [12]

2.2.4 Okrajové podmínky

V místě upevnění měřicí konzole bylo zadáno zamezení všech posuvů.



Obr. 2.4. Uložení rámu, zamezení posuvů.

2.2.5 Software & Hardware

Všechny 3D návrhy rámu byly vytvořeny ve strojírenském programu SolidWorks 2012, poté převedeny do formátu *.iges a *.step a importovány do systému NX 7.5.3.3, ve kterém proběhly výpočty FEM za použití řešiče NX Nastran (SolidWorks 2012 už má v sobě implementované řešiče MKP, ale zatím zvládá jen triviální úlohy).

Parametry PC použitého na výpočet:

Výrobce: Dell, Precision T3600

Processor: Intel Xeon CPU E5-1660 3,30 GHz, 6 jader

RAM: 64 GB

Grafický adaptér: AMD FirePro V5900 (FireGL V), velikost paměti 2GB

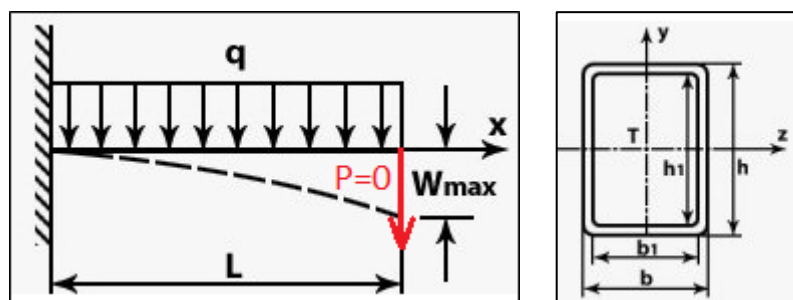
Systém: Windows 7 Professional (64bitový op. systém) Service Pack 1

3. Vývoj nosného rámu

3.1 Návrhy několika variant

Nosný rám měřicí platformy byl z hlediska uložení podobný jednostranně vetknutému nosníku. Montovaný byl na čelo vřeteníku a přesnost uložení zajistila válcová plocha Ø 400 mm s tolerancí h5 na F7 (vůle min. 0,06 mm, max. 0,15 mm) a diamantový kolík (poloha natočení). Dotažení zajistily 4 šrouby M 20. Nosnost jednoho pevnostního šroubu je $F = 83,63 \text{ kN}$, při trvalém a klidném zatížení, při bezpečnosti $k = 1,5$. Pevnost spoje byla dostačující. [4]

Konzola měla mít nosnou délku 2000 mm vzhledem k správné funkci. Lze si pro představu analyticky spočítat průhyb konce náhradního vetknutého nosníku tvořeného z obdélníkového profilu 60 x 80 mm, tl. stěny 4 mm, zatíženého vlastní vahou. Použijeme Castiglianovy věty: [5]



Obr. 3.1 Nosník zatížen vlastní vahou z obdélníkového profilu.

$$\text{Průhyb volného konce} \quad w_{max} = \frac{\partial U}{\partial P} \quad [3.1]$$

$$\text{Deformační energie} \quad U = \int \frac{M^2(x)}{2EJ_y(x)} dx \quad [3.2]$$

Konstanty:

$$E = 210 \text{ GPa}$$

$$L = 2000 \text{ mm}$$

$$\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$$

$$J_y = \frac{bh^3 - b_1h_1^3}{12} = 9,4 * 10^{-7} \text{ m}^4 \quad [3.3]$$

$$q = \frac{Q}{L} = \frac{mg}{L} = \frac{V\rho g}{L} = \frac{(hb - b_1h_1)L\rho g}{L} = (hb - b_1h_1)\rho g = 81 \left[\frac{\text{N}}{\text{m}} \right]$$

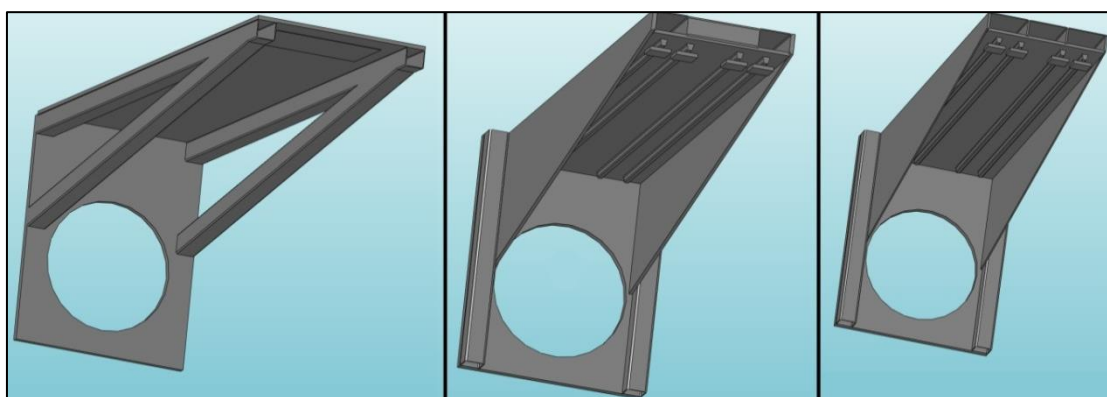
$$\text{Vnitřní statický moment} \quad M(x) = -\frac{qx^2}{2} - Px \quad [3.4]$$

$$U = \int_0^L \frac{\left(\frac{qx^2}{2} - Px\right)^2}{2EJ_y(x)} dx \quad w_{max} = \frac{\partial U}{\partial P} = \int_0^L \frac{\frac{qx^3}{2} - Px^2}{EJ_y(x)} dx \quad P = 0 \rightarrow$$

$$w_{max} = \frac{qL^4}{8EJ_y} = 0,8 \text{ mm}$$

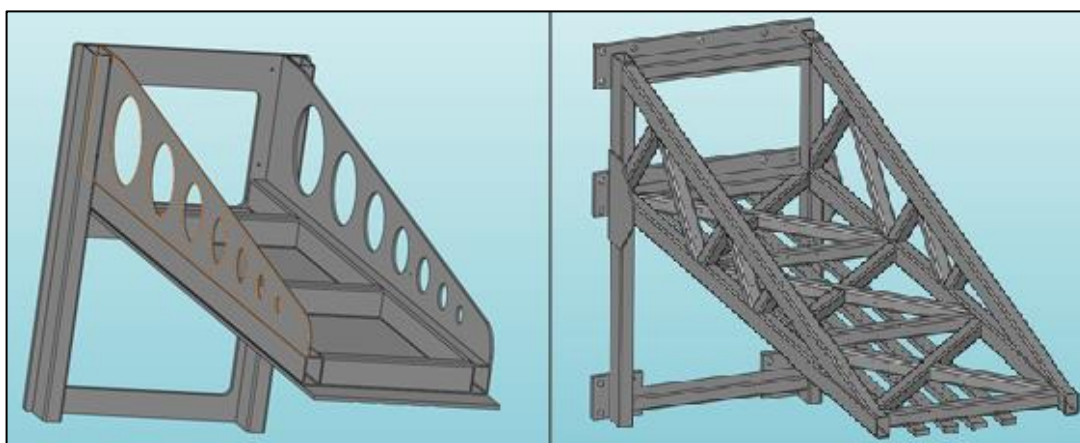
Orientační výpočet ukázal, že průhyb konzoly bude řádově v desetinách milimetrů. Konstrukce musí být tužší než v předchozím případě, ponese navíc (kromě sama sebe) přestavitelných 20 kg snímačů + příslušenství a 25 kg rovnoměrně rozložené hmoty (kap. 1.2).

První návrhy (Obr 3.2) vznikaly čistě na základě rozměrů čela vřeteníku a potřeb měření. Nevyhovovaly hlavně kvůli velké hmotnosti a špatnému přístupu obsluhy k měřicím prvkům.



Obr. 3.2 První nevyhovující návrhy.

Další návrhy respektovaly potřeby měření (obr. 3.3), k laserovým snímačům a čelu vřeteníku byl dobrý přístup. Model vlevo vážil zbytečně moc, vznikla nová „příhradová“ konstrukce, která se zdála být v pořádku.



Obr. 3.3 vyhovující návrhy z hlediska obsluhy senzorů.

Nosný rám měl být univerzální pro více typů vřeteníků a tak vznikla „mezideska“, která byla různá pro každý vřeteník a byla montována současně s rámem (spolu tvoří jeden nový celek). K rámu byla spojena pomocí 28 šroubů M16 a dvou polohovacích kolíků. Spoj byl naddimenzován (není třeba ho kontrolovat MKP) účelně, kvůli variabilitě připojení možných dalších mezidesek.

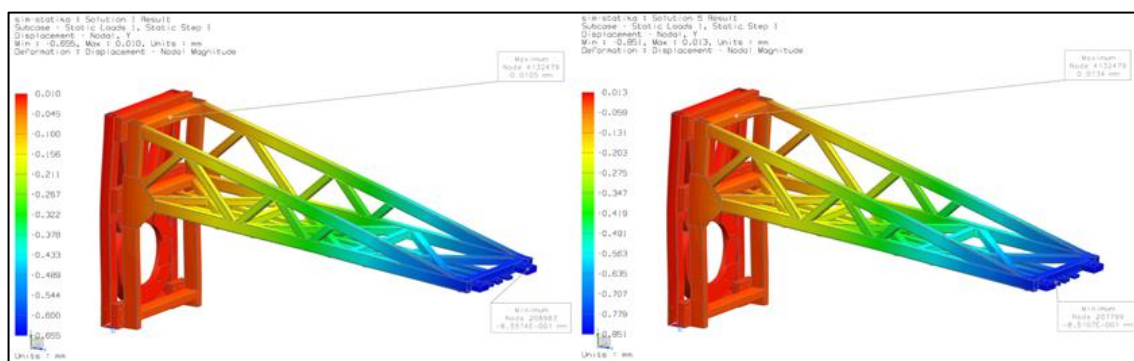
3.2 Ověření návrhu rámu

Rám byl nasítován a byly spočítány všechny úlohy (viz. odst. 2.2.1). Celkový počet 3D elementů byl 1818730 a celkový počet 1D elementů (RBE2 a RBE3) byl 16230.

Pro porovnání tuhosti rámu byly použity výsledky z úlohy 1 a 5. Jedná se o způsoby zatížení, kdy byl rám namáhán nejméně a nejvíce. Důležité byly i zbylé úlohy z hlediska použití rámu při měření vřeteníků.

Maximální průhyb volného konce rámu ve 2 m délky byl 0,8082 mm. Při pojezdu vozíků čidel byl rozdíl průhybů 0,4062 (0,7240 - 0,3172) mm. Konstrukce se musela vyztužit, výsledky neodpovídaly požadavkům na rám.

Maximální napětí bylo 68,9 MPa, což je hluboko pod mezí kluzu ($R_{p0,2} = 235$ MPa).



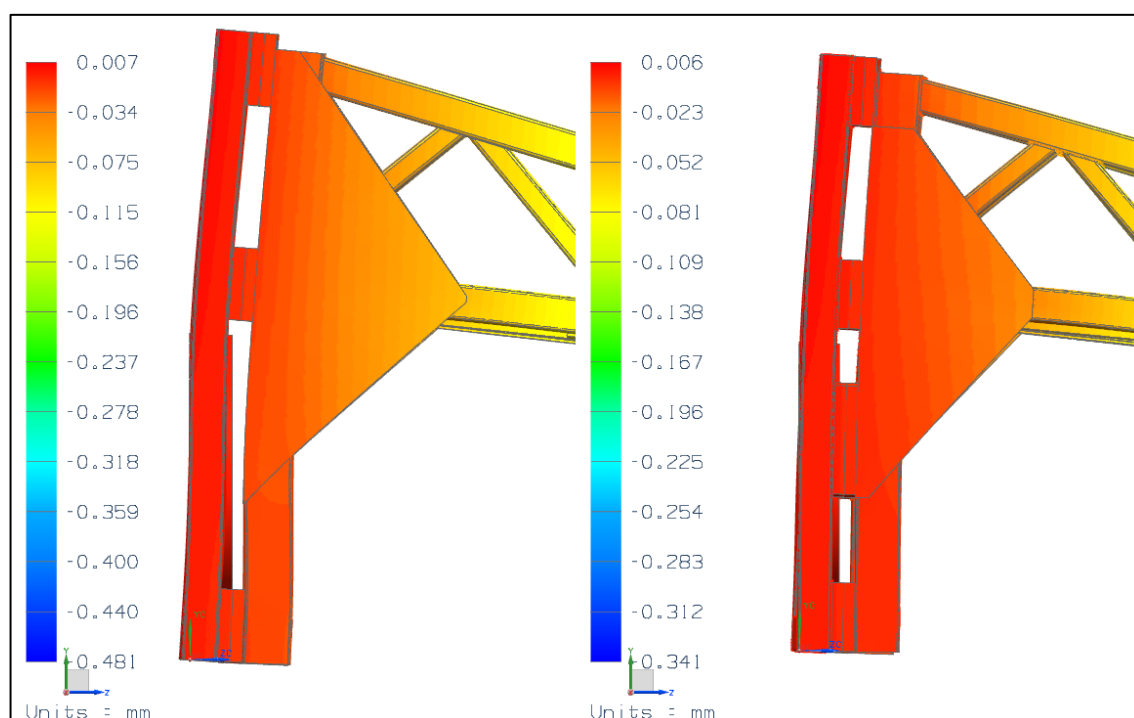
Obr. 3.4 Deformace ve směru osy y pro 1. a 5. způsob zatěžování

Způsob zatížení	1	2	3	4	5
Průhyb Z_1 [mm]	0,2891	0,3172	0,3315	0,3363	0,3645
Průhyb Z_2 [mm]	0,6208	0,6691	0,7240	0,7000	0,8082

Tab. 3.1 Průhyby rámu v závislosti na způsobu zatížení a poloze vyhodnocení.

3.3 Snížení průhybu rámu

Podle získaných výsledků MPK analýzy byla určena místa vhodná pro vyztužení rámu. Jsou to pozice blízko vlastního uložení k přírubě vřeteníku, které nejvíce ovlivnily průhyb. Byly zesíleny i vertikální nosné profily, které nakonec byly zpětně zeslabeny, jelikož jejich přínos byl zanedbatelný a jen zbytečně rostla hmotnost celého rámu. Jako nejlepší se ukázalo přidání 6 mm trojúhelníkového plechu a navaření patek.



Obr. 3.5 Deformace v ose y. Přidání výztuh snížilo průhyb rámu.

Možností jak vylepšit rám byla celá řada. MKP ukázala problémová místa, a pak záleželo jen na zkušenostech konstruktéra, jak si s celou věcí poradil. Zkoušet metodu pokus omyl bylo časově náročné. Zavazbení nových výztuh, nasítování a výpočítání znovu celého modelu trvalo cca 2h. Optimální varianta byla zvolena – obr. 3.5 vpravo a obr. 3.6.

3.4 Optimální varianta rámu

Celkový počet 3D elementů byl 2211159 a celkový počet 1D elementů (RBE2 a RBE3) byl 18038. Vhodný rám měl celkovou hmotnost 263 kg.

Průhyb volného konce byl při max. zatížení 0,4132 mm a rozdíl průhybů 0,2135 mm, což vyhovovalo požadavkům na rám.

Maximální napětí bylo 53,6 MPa, to bylo ještě méně než u předchozího návrhu.

Výsledky jsou shrnuty v tabulkách 3.2-3.4. Grafické výsledky, včetně tvarů kmitů jsou obsaženy v příloze.

Pořadí vlastní frekvence Ω	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1. zp. zatížení [Hz]	34,2	38,5	76,7	139	168	182	214	228	239	245
2. zp. zatížení [Hz]	33,5	37,2	72,7	102	127	167	182	198	225	234
3. zp. zatížení [Hz]	31,0	34,5	68,4	124	148	167	177	212	215	238
4. zp. zatížení [Hz]	32,8	36,1	71,7	100	116	162	174	182	198	211
5. zp. zatížení [Hz]	28,4	31,4	63,7	104	138	149	170	178	204	211

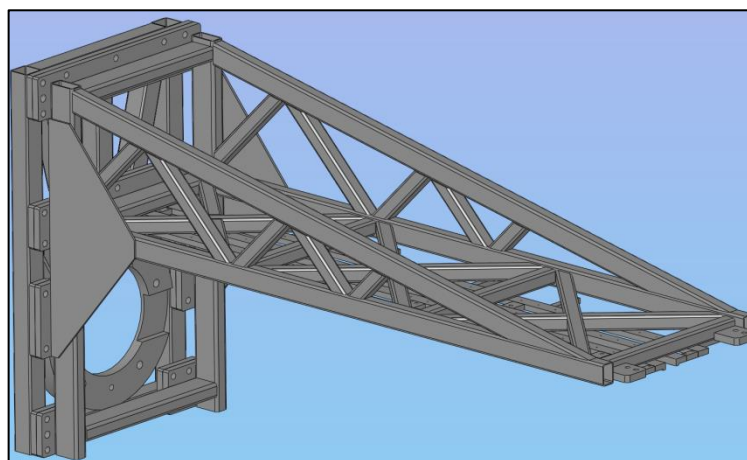
Tab. 3.2 Vlastní frekvence [Hz]. [12]

Způsob zatížení	1	2	3	4	5
Průhyb Z_1 [mm]	0,1360	0,1510	0,1554	0,1624	0,1711
Průhyb Z_2 [mm]	0,3078	0,3295	0,3643	0,3446	0,4132

Tab. 3.3. Hodnoty průhybu rámu v $Z_1 = 1000$ mm a $Z_2 = 2000$ mm. [12]

Způsob zatížení	1	2	3	4	5
Max. napětí [MPa]	43,1	46,2	48,4	48,6	53,6

Tab. 3.4. Hodnoty max. napětí Von Mises. [12]



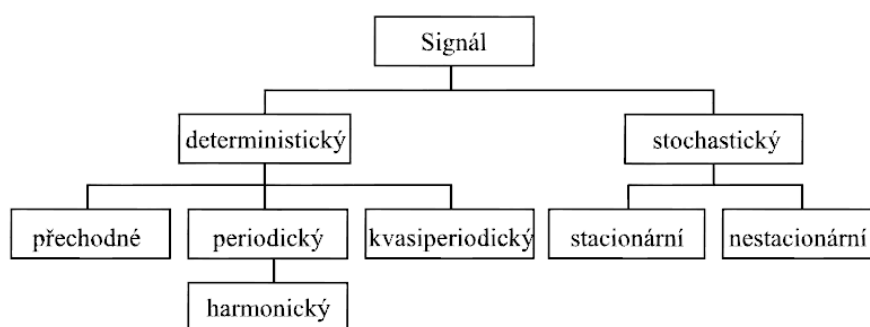
Obr. 3.6 Optimální varianta.

4. Zpracování signálů

K ověření správné funkce konzoly bylo třeba měřit průhyby rámu v daných pozicích a určit jeho vlastní frekvence. Průhyby se měřily pomocí analogových a digitálních úchylkoměrů (hodnota lze přímo odečíst). Vlastní frekvence se určovaly nepřímo pomocí tříosých snímačů zrychlení vibrací.

Snímač zrychlení je nejrozšířenější snímač „pohybu“. Pohyb pláště akcelerometru oproti seismické hmotě vyvolává v deformačním piezoelektrickém členu mechanické napětí, které indukuje elektrický náboj. Elektrický náboj je zesílen a převeden na napětí (ev. proud) a dále pomocí A/D převodníku na číselnou hodnotu. Vzniká tak „signál“, určitá časová funkce, která reprezentuje průběh dané fyzikální veličiny.

Signál lze rozdělit do několika skupin (viz obr. 4.1.). Na nejvyšší úrovni se dělí na deterministické a stochastické. Deterministický signál je definován funkčním předpisem a lze jeho průběh předvídat na rozdíl od náhodného (stochastického). Některé složité deterministické signály se mohou jevit jako stochastické. Přechodné signály (odezva na impulsní buzení - např. přelet letadla) jsou časově omezeny, periodické a kvasiperiodické trvají nekonečnou dobu. Podskupinou periodického signálu je harmonický signál, který lze popsat pomocí fce \cos . Periodický signál je složen z harmonických signálů. Kvasiperiodický signál je složen také z harmonických signálů s frekvencemi, které jsou na rozdíl od periodického iracionálním násobkem alespoň dvou základních frekvencí. Stochastické signály se dělí na stacionární (neměnné v čase) a nestacionární (mění se v čase). [8]



Obr. 4.1 Rozdělení signálů. [8]

Deterministický signál je obvykle v různém poměru smíšen se signálem stochastickým. Náhodná složka tohoto signálu je dána kvantovacím šumem převodníků a dalšími zdroji na měřeném zařízení.

4.1 Harmonický signál

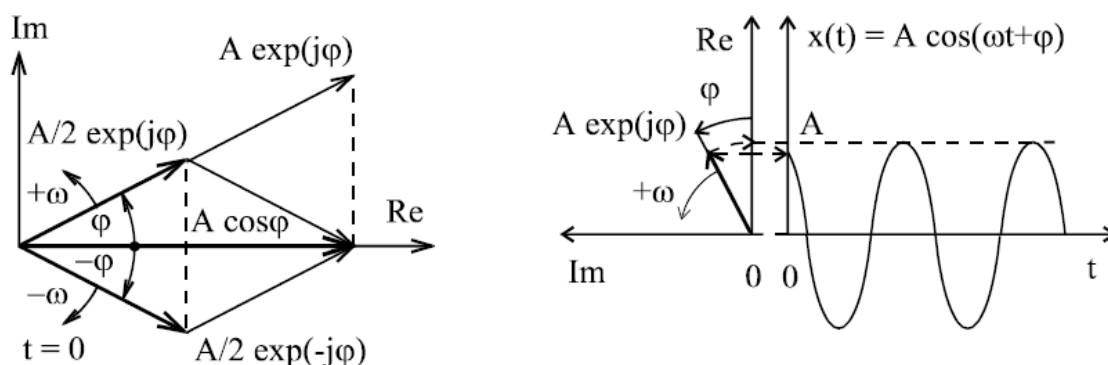
Harmonický signál má široké uplatnění v oboru kmitání. Všechny signály se dají rozložit na konečný počet součtů harmonických signálů. Lze ho zapsat jako časovou fci ve tvaru:

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi), \quad [4.1]$$

kde A je amplituda, φ je počáteční fáze, ω je úhlová frekvence a t je čas. V teorii signálů se skládají harmonické signály, které se liší v amplitudě, fázi a úhlové rychlosti. Je výhodnější znázornit harmonický signál pomocí komplexních fci v exponenciálním tvaru. Podle Eulerova vztahu platí:

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi) = \frac{A}{2} e^{j(\omega t + \varphi)} + \frac{A}{2} e^{-j(\omega t + \varphi)}. \quad [4.2]$$

Reálný harmonický signál lze nahradit součtem dvou komplexně sdružených funkcí času.



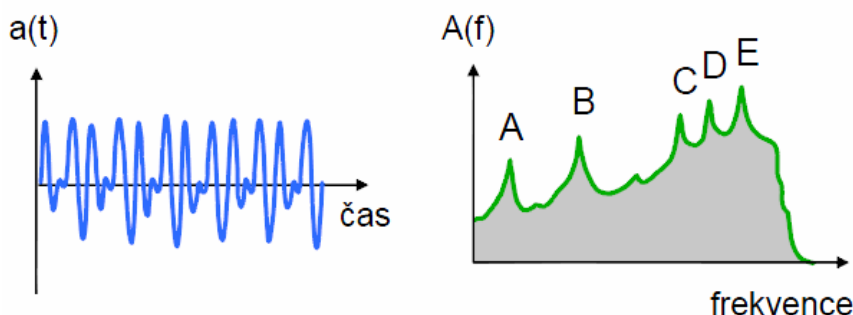
Obr. 4.2 Rozklad harmonického signálu na komplexně sdružené vektory. [8]

4.2 Fourierova transformace

Průběh signálu se obvykle znázorňuje v časové oblasti. Lze ho také zobrazit v oblasti frekvenční pomocí rozkladu na harmonické funkce, kde se znázorní závislost amplitudy a počáteční fáze na frekvenci. Rozklad periodické funkce se spojitým časem

na kombinaci harmonických signálů se nazývá Fourierova (nekonečná) řada. Pro obecné neperiodické funkce se používá Fourierova transformace.

Fourierovu transformaci z časové do frekvenční oblasti provádíme hlavně kvůli přehlednosti. V časové obl. jsou jevy značně promíchány a ve frekvenční je lze lehce oddělit (viz obr 4.3.).



Obr. 4.3. Vlevo časová oblast, vpravo frekvenční.

Rozklad na Fourierovu řadu se týká jen periodických signálů, obsahuje složky s frekvencemi, které jsou násobky základní (tzv. harmonické). Definiční vzorce přímé a inverzní FT pro signál jsou následující:

$$X(\omega) = F\{x(t)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt \quad [4.3]$$

$$x(t) = F^{-1}\{X(\omega)\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad [4.4]$$

4.2.1 Diskrétní Fourierova transformace

Signál vycházející ze senzoru přes zesilovač a A/D převodník je digitalizován, tedy rozdělen na jednotlivé díly vzorkovací frekvencí (např. 200 kHz). Vzorkovaná fce vzniká ze spojitě časové funkce, výběrem jejich hodnot v časových okamžicích $t = k\Delta t$ $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, kde Δt je interval vzorkování. Je vhodné, aby vzorkované hodnoty představovaly plochy Diracových impulsů. [14]

Fourierova transformace vzorkovaného signálu je dána vztahem:

$$Y(\omega) = \frac{1}{\Delta t} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} X\left(\omega - k \frac{2\pi}{\Delta t}\right) \quad [4.5]$$

Při vzorkování vznikají určité požadavky na vztah mezi frekvencí vzorkování a frekvenčním rozsahem vzorkovaného signálu. Předpokládá se periodicita signálu, což mění obecnou Fourierovu transformaci na diskrétní Fourierovu transformaci – DFT. [8]

Za jednu periodu je změřeno N diskrétních hodnot (vzorků). Posloupnost N je záznam a počet vzorků délka záznamu. Perioda signálu, T , a interval vzorkování, Δt , jsou ve vztahu $T=N\Delta t$. Jsou známy vztahy pro DFT:

$$F_k = \sum_{i=0}^{N-1} e^{-j\frac{2\pi}{N}ki}, k = 0,1,2 \dots, N-1 \quad [4.6]$$

$$x_i = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} e^{j\frac{2\pi}{N}ki}, k = 0,1,2 \dots, N-1 \quad [4.7]$$

Vzorec [4.6] je přímá diskrétní FT, vzorec [4.7] je inverzní DFT.

4.2.2 Algoritmus rychlé Fourierovy transformace

Algoritmus rychlé Fourierovy transformace (FFT) byl vytvořen Cooleyem a Tukeyem a značně urychlil výpočet. Podstatou metody FFT je volba zvláštní délky záznamu a to $N = 2^m$, kde m je přirozené číslo. To vede k délkám záznamů např. $N = 128, 256, 512, 1024, 2048, 4096, 8192$, které jsou blízké dekadické řadě. Díky mocnině 2 lze posloupnost rozdělit na dvě části a to se sudým a lichým pořadím.

Obrazy sudých vzorků:

$$F_{N/2}\{x_{2v}\} = G_k, \quad k = 0,1, \dots, N/2 - 1 \quad [4.8]$$

obrazy lichých vzorků:

$$F_{N/2}\{x_{2v}\} = G_k \quad k = 0,1, \dots, N/2 - 1 \quad [4.9]$$

Původní obraz lze vypočítat podle:

$$F_k = G_k + e^{-j\frac{2\pi k}{N}} H_k \quad k = 0,1, \dots, N-1 \quad [4.10]$$

Dílčí posloupnosti sudých a lichých vzorků lze považovat za samostatné záznamy o délce $N/2$. Vzorec [4.10] lze rozepsat takto:

$$F_k = G_k + e^{-j\frac{2\pi k}{N}} H_k \quad k = 0,1, \dots, N/2 - 1 \quad [4.11]$$

$$F_k = G_k - e^{-j\frac{2\pi k}{N}} H_k \quad k = 0,1, \dots, N/2 - 1 \quad [4.12]$$

[8]

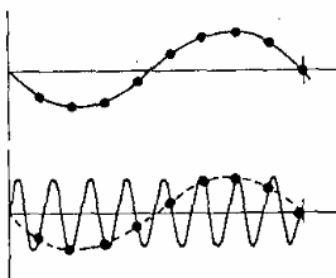
4.3 Chyby při zpracování signálu

Digitální Fourierova analýza má mnoho vlastností, které mohou vést k chybným výsledkům, jestliže nejsou správně ošetřeny. Jsou důsledkem diskretizace signálu nebo nutností omezit délku časového signálu.

4.3.1 Aliasing

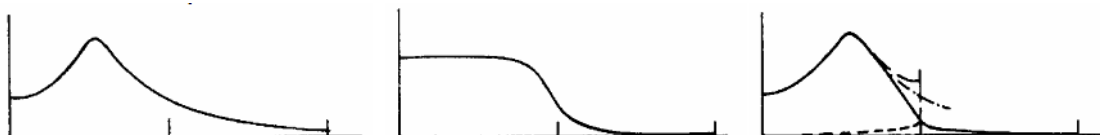
Tento jev plyne z diskretizace původně spojitého časového signálu. Při malé vzorkovací frekvenci je přítomnost vysokých frekvencí v původním signálu při tomto diskretizačním procesu špatně interpretována. Tyto vysoké frekvence se ve spektru objeví jako nízké frekvence. Také mohou být od skutečných nízkofrekvenčních složek nerozpoznatelné.

K odstranění tohoto jevu je třeba použít anti-aliasingový filtr a zároveň mít vzorkovací frekvenci víc jak dvakrát větší než je frekvence měřené veličiny. Většina analyzátorů obsahuje zabudovaný anti-aliasingový filtr. [13]



Obr. 4.4 Vysokofrekvenční signál - dole špatně vyhodnocen jako nízkofrekvenční - nahoře.

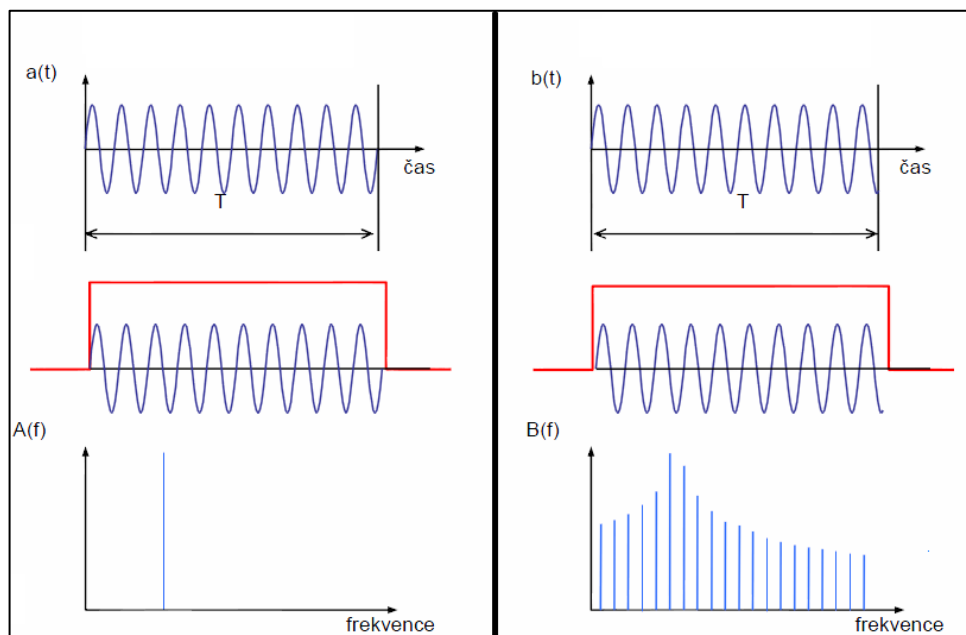
Anti-aliasingový filtr podrobí původní časový signál nízkopásmovému filtru s ostrou sestupnou hranou.



Obr 4.5 Nefiltrovaný signál, antialiasing. filtr, filtrovaný signál.

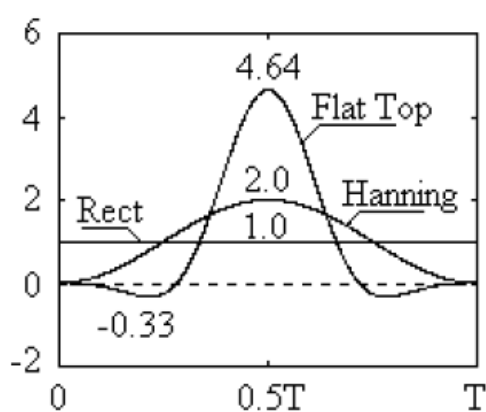
4.3.2 Leakage – chyba únikem

Pokud signál není periodický, může se při špatném použití oken zobrazit ve frekvenční oblasti jako velké množství spektrálních čar (viz obr. 4.6.). [13]

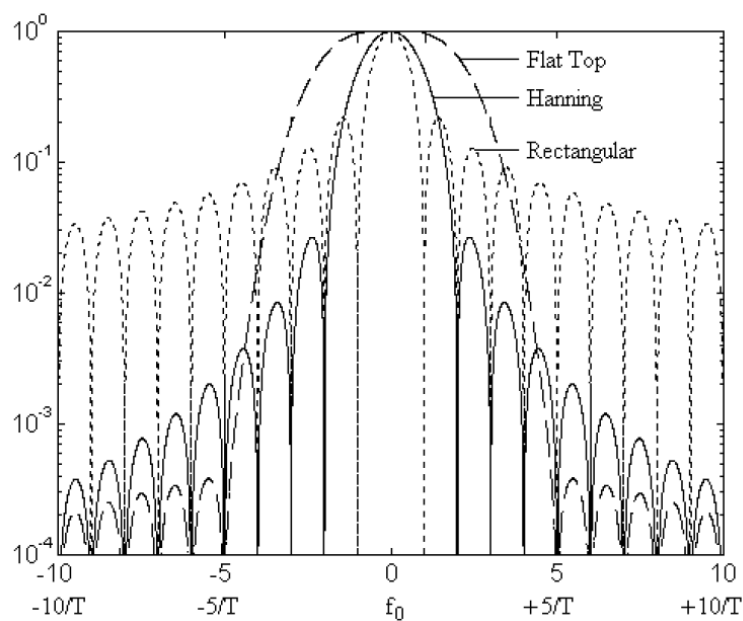


Obr. 4.6. Použití obdélníkového časového okna (Hanning v příloze).

Časových oken je několik – Flat top, Rectangular a Hanning (viz obr 4.7.). Společnou vlastností oken typu Hanning a Flat top je plynulý přechod z nuly na začátku a na konci záznamu. FT časových oken je na obrázku 4.8.



Obr 4.7. Druhy časových oken.[8]



Obr 4.8 Fourierova transformace časových oken.[8]

Chybu minimalizujeme změnou délky trvání měřeného vzorku tak, aby vyhověla základní periodicitě signálu (např. změnou doby měření). Toto však lze v praxi jen málokdy realizovat, ale chybu odstraní úplně. Chybu lze zmenšit i prodloužením doby měření anebo vhodným výběrem časového okna.

5. Identifikace možného vnějšího zatížení a provozních frekvencí

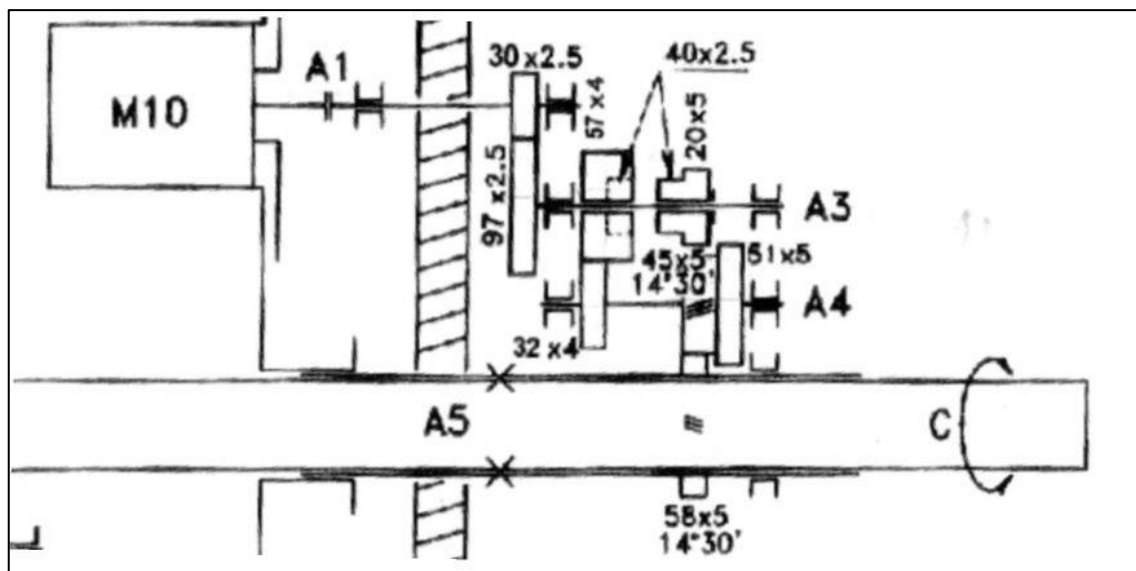
Rám bude upnut na čelo vřeteníku WHQ13CNC a při chodu stroje bude vznikat kmitání, které se může přenést na měřicí konzolu a ovlivnit přesnost laserových čidel.

Účelem měření bylo posouzení vibrací stroje vznikajících při rotaci vřetene naprázdno. Měřilo se při otáčkách vřetene 1 000, 2 000 a 3 000 min⁻¹ a vysunutích 300, 550 a 800 mm.

5.1 Popis měření

Podmínky měření:

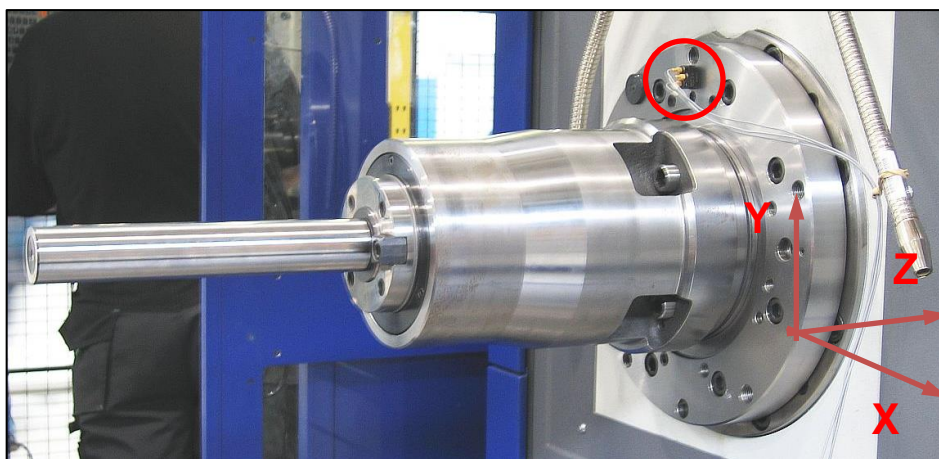
- horizontální frézovací a vyvrtávací stroj WHQ 13 CNC, výr.č. 38-02
- motor vřetene Siemens 1PH7167-2NF03-0LD0
- převod mezi motorem a vřetenem $\frac{30}{97} \frac{57}{32} \frac{45}{58} = 0,427424$ (II. stup.), obr. 5.1
- na stroji byla vodící podpěra vřetene, ve vřetení byl upnut norm. měřicí trn
- chod stroje naprázdno při otáčkách vřetene 1 000, 2 000 a 3 000 min⁻¹
- vysunutí vřetene 300, 550 a 800 mm (měřeno od příruby vodící podpěry)
- vyvážené a nevyvážené vřeteno (vyjmutí jednoho unášecího kamene)



Obr. 5.1 Kinematické schéma pohonu vřetene [9].

5.2 Měřicí místo a snímače

Měřicí místo bylo nad vřetenem na přírubě (obr.5.2) a orientace měřících směrů odpovídá souřadnicovému systému stroje - levotočivý systém, obr. 5.2. Snímač zrychlení byl přilepen.



Obr. 5.2 Měřicí místo na přírubě vřetene.

K měření byl použit multifunkční analyzátor Brüel&Kjær PULSE a tříosý akcelerometr Brüel&Kjær 4504A, č. 10353.

5.3 Způsob měření a vyhodnocení

Při každém provozním režimu byl zaznamenán časový průběh zrychlení v měřicím místě ve třech souřadnicových osách. Pomocí numerické filtrace a integrace byly vypočteny průběhy složek rychlosti filtrované do rozsahu 10 až 1 000 Hz. Z nich byla vypočítána efektivní hodnota rychlosti kmitání (mohutnost kmitání).

Pro identifikaci zdrojů vibrací byla vypočtena frekvenční spektra naměřených zrychlení. Spektra zobrazená v příloze zprávy jsou doplněna tabulkou čtyř nejvýznamnějších frekvenčních složek. Ve sloupci „ f/f_0 “ je uvedeno, v jakém poměru je daná složka k základní otáčkové frekvenci vřetena (tj. násobky otáček).

5.4 Výsledky měření

V tab. 5.1 je uvedena efektivní hodnota rychlosti kmitání v_{ef} (v pásmu 10 až 1 000 Hz) a její složky ve směrech jednotlivých os. Provozní kmitání převažuje v radiálním směru (největší je ve vodorovném směru X), axiální složky ve směru Z jsou zanedbatelné. Ve všech případech jsou celkové hodnoty vibrací výrazně nižší než normalizované mezní hodnoty:

- podle ČSN ISO 10816-3 je pro stroje o střední velikosti se jmenovitým výkonem větším než 15 kW a menším nebo rovným 300 kW mezní hodnota pásma A (vibrace nových přejímaných strojů) $v_{ef} 1,4 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$. [6]
- podle ČSN 20 0065 je pro vodorovné a svislé vyvrtávací stroje bez a s číslicovým řízením mezní hodnota $v_{ef} 1,42 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$. [6]

Nejnižší efektivní rychlost kmitání z provedených měření je při otáčkách 2 000 min^{-1} . Vliv nevývažku vřetene je významný pouze při nejvyšších otáčkách.

otáčky / vysunutí vřetene	$v_{ef} (X)$	$v_{ef} (Y)$	$v_{ef} (Z)$	v_{ef}
3 000 min^{-1} / 300 mm	0,48	0,24	0,0002	0,54
3 000 min^{-1} / 300 mm nevývažek	0,58	0,31	0,0003	0,66
3 000 min^{-1} / 550 mm	0,50	0,27	0,0002	0,56
3 000 min^{-1} / 550 mm nevývažek	0,61	0,32	0,0004	0,69
3 000 min^{-1} / 800 mm	0,55	0,28	0,0002	0,62
3 000 min^{-1} / 800 mm nevývažek	0,64	0,32	0,0004	0,71
2 000 min^{-1} / 300 mm	0,25	0,18	0,0002	0,30
2 000 min^{-1} / 300 mm nevývažek	0,23	0,16	0,0003	0,28
2 000 min^{-1} / 550 mm	0,24	0,16	0,0002	0,29
2 000 min^{-1} / 550 mm nevývažek	0,24	0,14	0,0002	0,28
2 000 min^{-1} / 800 mm	0,23	0,19	0,0002	0,30
2 000 min^{-1} / 800 mm nevývažek	0,25	0,15	0,0003	0,29
1 000 min^{-1} / 300 mm	0,27	0,18	0,0002	0,33
1 000 min^{-1} / 300 mm nevývažek	0,29	0,14	0,0002	0,32
1 000 min^{-1} / 550 mm	0,26	0,18	0,0002	0,32
1 000 min^{-1} / 550 mm nevývažek	0,29	0,15	0,0002	0,33
1 000 min^{-1} / 800 mm	0,28	0,19	0,0002	0,33
1 000 min^{-1} / 800 mm nevývažek	0,29	0,14	0,0002	0,32

Tab. 5.1 Efektivní hodnota rychlosti kmitání a její složky [$\text{mm} \cdot \text{s}^{-1}$]. [11]

Frekvenční spektra zrychlení v radiálních směrech X a Y jsou znázorněna v příloze. Při otáčkách vřetene $2\,000$ a $3\,000\text{ min}^{-1}$ je ve spektrech dominantní složkou $70,2$ - násobek otáček vřetene, což je záběrová frekvence soukolí na hřídeli pohonu (mezi hřídeli A1 a A3, viz obr. 1), a případně její harmonické násobky. Dále se vyskytuje otáčková frekvence motoru ($2,3$ - násobek otáček vřetene) a další pásmové složky, vzdálené od záběrové frekvence o celočíselný násobek otáčkové frekvence pohonu.

Při otáčkách $1\,000\text{ min}^{-1}$ je ve spektrech výrazná také složka $41,3$ - násobek otáček vřetene, což je záběrová frekvence soukolí mezi vloženými hřídeli převodovky (A3 a A4 na obr. 5.1) a případně její harmonické násobky.

Z hlediska buzení rezonančních kmitů měřicí konzoly, která bude na vyvíjené zkušebně vřeteníků ke zkoušenému vřeteníku přichycena, jsou důležité nízké budící frekvence, hlavně frekvence otáčení vřetena. Naměřené amplitudy rychlostí vibrací u těchto frekvencí jsou velmi nízké a efektivní rychlosti vibrací se s nevývažkem na vřetení mění jen přibližně o 20 až 14% (změna neroste s vysunutím vřetena). Je proto možné dovodit, že buzení kmitů měřicí konzoly by na měřeném stroji bylo velmi malé.

5.5 Shrnutí identifikace možného vnějšího zatížení

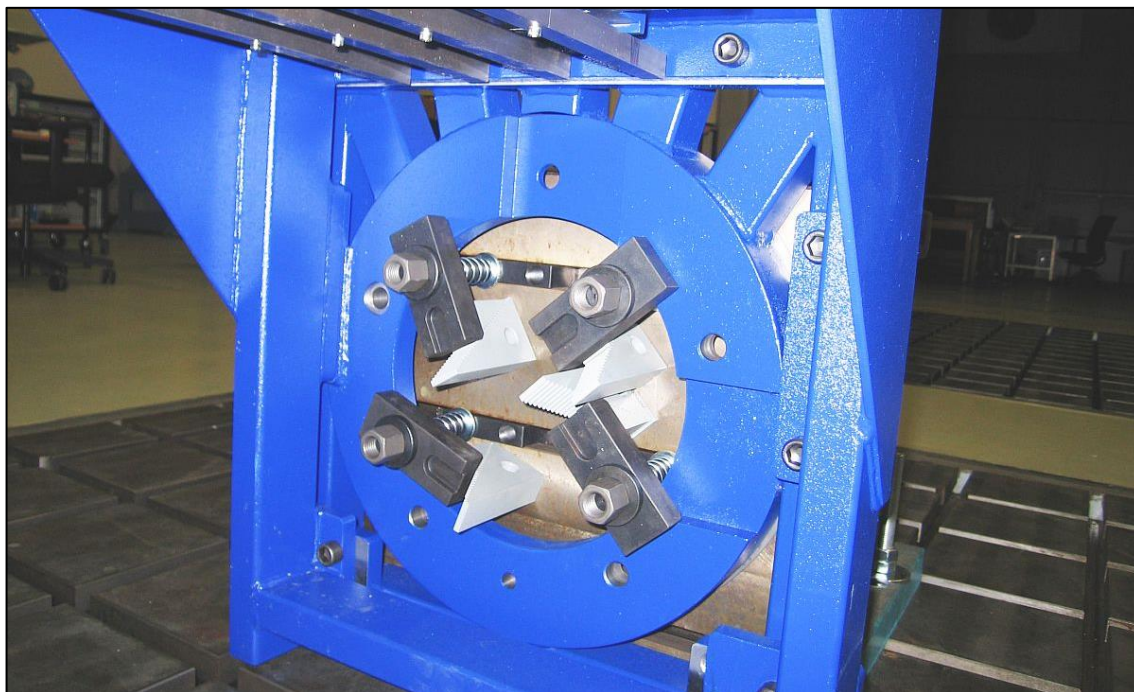
Měřením zrychlení byla posouzena mohutnost kmitání v místě vřetene stroje WHQ13CNC. Z měření vyplývají následující závěry a poznatky:

- Celkové efektivní hodnoty vibrací jsou výrazně nižší než normalizované mezní hodnoty [7].
- Provozní kmitání převažuje v radiálním směru, axiální složky kmitů jsou zanedbatelné.
- Ve frekvenčních spektrech kmitů jsou výrazné složky odpovídající charakteristickým frekvencím pohonu vřetena a ozubení převodovky.
- I s nevyváženým vřetenem jsou efektivní rychlosti vibrací ve všech případech podstatně nižší než normalizované mezní hodnoty a lze dovodit, že buzení kmitů měřicí konzoly zkušebny vřeteníků by na zkoušeném vřeteníku bylo velmi malé.

6. Experimentální ověření dosažených výsledků na prototypu rámu

Výsledky získané MKP bylo potřeba ověřit. Experiment ukázal, do jaké míry byl 3D model rámu věrohodný a podobný skutečnému. Účelem měření bylo experimentální posouzení statické a dynamické tuhosti konzoly.

V době měření bohužel nebyl k dispozici stroj WHN13CNC a tedy reálné uložení rámu. FEM model předpokládá pevné uchycení (vetknutí) konzoly na válcové ploše a navazujícím čele (červená oblast na obr. 2.2 vpravo), při experimentech byla konzola upnuta pomocí upínek na litinové kostce s konečnou tuhostí (obr. 6.1). Tuhost uložení (okrajové podmínky) je v obou případech odlišná.



Obr. 6.1 Uchycení konzoly při měření.

6.1 Měření statické tuhosti

6.1.1 Způsob měření a vyhodnocení

Měření statické tuhosti bylo provedeno snímáním deformace konzoly pomocí tisícinových ručičkových úchylkoměrů KINEX při zatížení známou silou. Úchylkoměry byly umístěny ve čtyřech měřicích místech pod tělesem konzoly (viz obr. 6.2). Místa 1 a 4 odpovídají výpočtové poloze Z_1 v polovině konzoly, místa 2 a 3 poloze Z_2 na konci konzoly.

Ve výchozí poloze je konzola zatížena přívazkem podélných tyčí o celkové hmotnosti 25 kg (1. způsob zatížení). Při měření byla konzola na volném konci (poloha Z_2) postupně zatěžována závažími 5 až 65 kg s krokem 5 kg. Po úplném zatížení bylo provedeno měření při postupném odlehčování.



Obr. 6.2 Měření statické tuhosti, označení měřicích míst

6.1.2 Výsledky měření

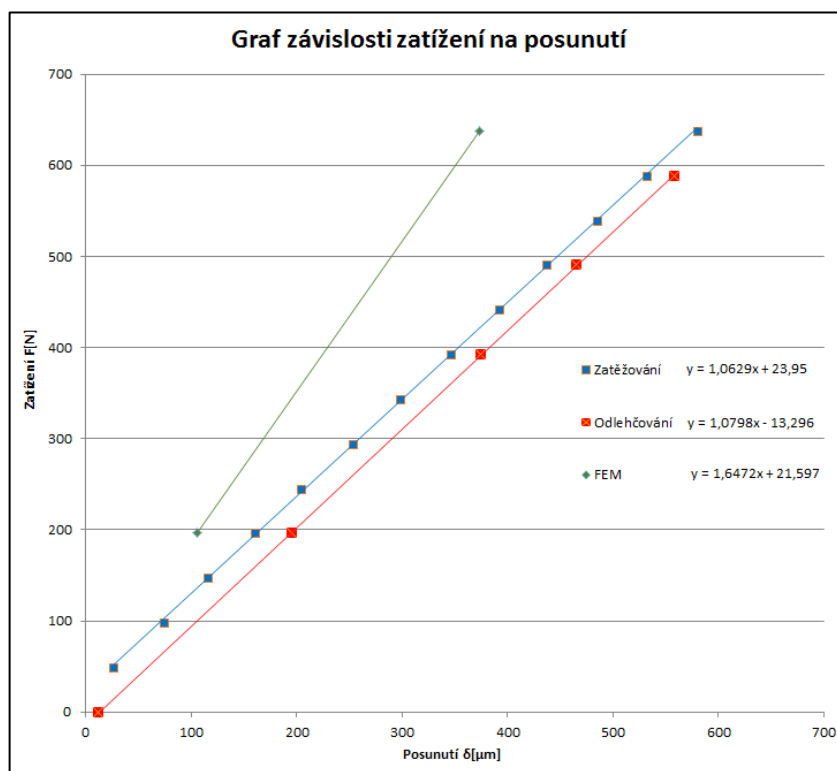
Závislost posunutí rámu v měřicích místech na hmotnosti závaží je souhrnně uvedena v tab. 6.1. Protože není konstrukce rámu symetrická vzhledem k podélné ose konzoly, dochází k torzní deformaci a posunutí v sousedních místech 1, 4 a 2, 3 nejsou stejná. Proto je v rovinách Z_1 a Z_2 vypočtena průměrná hodnota (aritmetický průměr z míst 1 a 4, resp. 2 a 3), která by měla odpovídat teoretickým hodnotám FEM modelu.

Deformace při zatěžování a odlehčování konzoly je lineární, naměřený hysterezní charakter je způsoben také použitou metodikou měření.

Na obr. 6.3 je vynesena závislost zatížení na posunutí (opačná závislost kvůli přímému určení tuhosti) v poloze Z_2 při zatěžování (modře) a odlehčování konzoly (červeně). Teoretická hodnota posunutí pro dvě zatěžující hmotnosti je znázorněna zeleně.

závaží [kg]	závaží [N]	místo 1 [μm]	místo 2 [μm]	místo 3 [μm]	místo 4 [μm]	polovina konzoly [μm]	konec konzoly [μm]	konec konzoly (FEM) [μm]
5	49	10	21	31	0	5	26	
10	98	30	70	78	12	21	74	
15	147	46	114	118	24	35	116	
20	196	64	158	163	41	53	161	106
25	245	83	205	204	58	71	205	
30	294	103	253	253	80	92	253	
35	343	121	301	295	96	109	298	
40	392	139	349	343	113	126	346	
45	441	160	398	387	131	146	393	
50	491	179	445	430	148	164	438	
55	540	199	495	476	164	182	486	
60	589	220	544	521	186	203	533	
65	638	239	592	569	202	221	581	374
60	589	240	568	549	204	222	559	
50	491	205	470	460	188	197	465	
40	392	167	380	370	149	158	375	
20	196	87	201	191	74	81	196	
0	0	11	14	9	6	9	12	

Tab. 6.1 Naměřená a vypočtená posunutí konzoly, zaokrouhleno na celé μm.



Obr. 6.3. Graf závislosti zatížení na posunutí.

Naměřená posunutí jsou přibližně o 50 % vyšší než modelové hodnoty. Příčinou je zřejmě nižší tuhost uložení konzoly při měření ovlivněná hlavně přidanou poddajností litinové upínací kostky včetně jejího upevnění k roštu a poddajnějším uchycením upínací příruby konzoly. Menší vliv mohou mít i tolerance v průřezích profilů, z nichž je konzola svařena, poněkud odlišná poloha působící síly, malé rozdílnosti materiálových parametrů ve FEM apod.

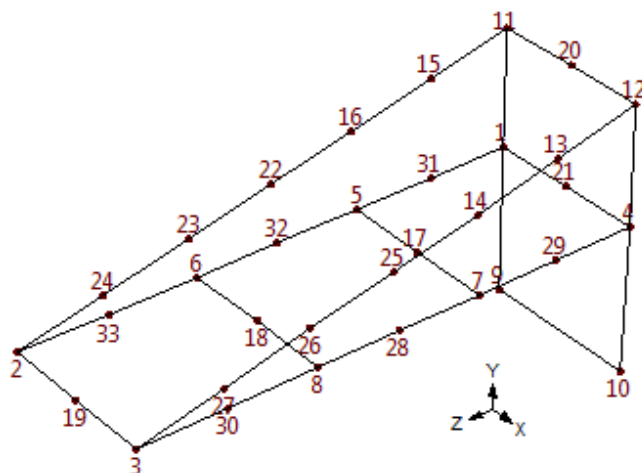
6.2 Experimentální modální analýza

6.2.1 Způsob měření a vyhodnocení

Princip experimentální modální analýzy spočívá v měření odezvy (zrychlení) v referenčním místě soustavy na silový impuls známé velikosti vyvozený v různých měřicích místech. Těleso konzoly bylo nahrazeno jednoduchým drátovým modelem s 33 měřicími místy (obr. 6.4). Referenční snímač zrychlení byl umístěn v levém předním rohu (poloha 2).

Při úderech rázovým kladívkem do měřicích míst byly zaznamenány časové průběhy budicí síly kladívka a odezvy v referenčním místě. Z nich byla vypočtena frekvenční přenosová funkce, vyjadřující podíl frekvenčních spekter těchto signálů. V každém místě bylo provedeno opakovaně pět úderů (měření), výsledná přenosová funkce je vypočtena jako jejich průměr.

Regresním výpočtem byly z naměřených přenosových charakteristik stanoveny modální parametry soustavy. Byly vyhodnoceny vlastní kmity v oblasti do 250 Hz. Zjištěné modální parametry jsou lineární aproximací chování soustavy. [10]



Obr. 6.4 Drátový model konzoly. [10]

Měření bylo provedeno pro zatížení přívazkem podélných tyčí o celkové hmotnosti 25 kg (1. způsob zatížení) a pro další přidané zatížení hmotností 2×10 kg symetricky s hmotou na konci (5. způsob zatížení).

6.2.2 Měřicí přístroje a snímače

- multifunkční analyzátor Brüel&Kjaer PULSE
- převodník náboj/napětí Brüel&Kjær 2647A
- rázové kladívko se snímačem síly Brüel&Kjær 8200, č. 1321627
- tříosý akcelerometr Brüel&Kjaer 4506B, č. 11236

6.2.3 Výsledky měření

Výsledné hodnoty vlastních frekvencí a modálních tlumení jsou pro oba způsoby zatížení uvedeny v tab. 6.2 a 6.3. Odpovídající vlastní tvary kmitů jsou zobrazeny v příloze.

Naměřené módy kmitu byly porovnány s výsledky FEM analýzy. Přiřazení naměřených a vypočtených módů bylo provedeno porovnáním vlastních tvarů (pro 5. způsob zatížení bylo vyhodnoceno pouze pět nejnižších tvarů kmitů).

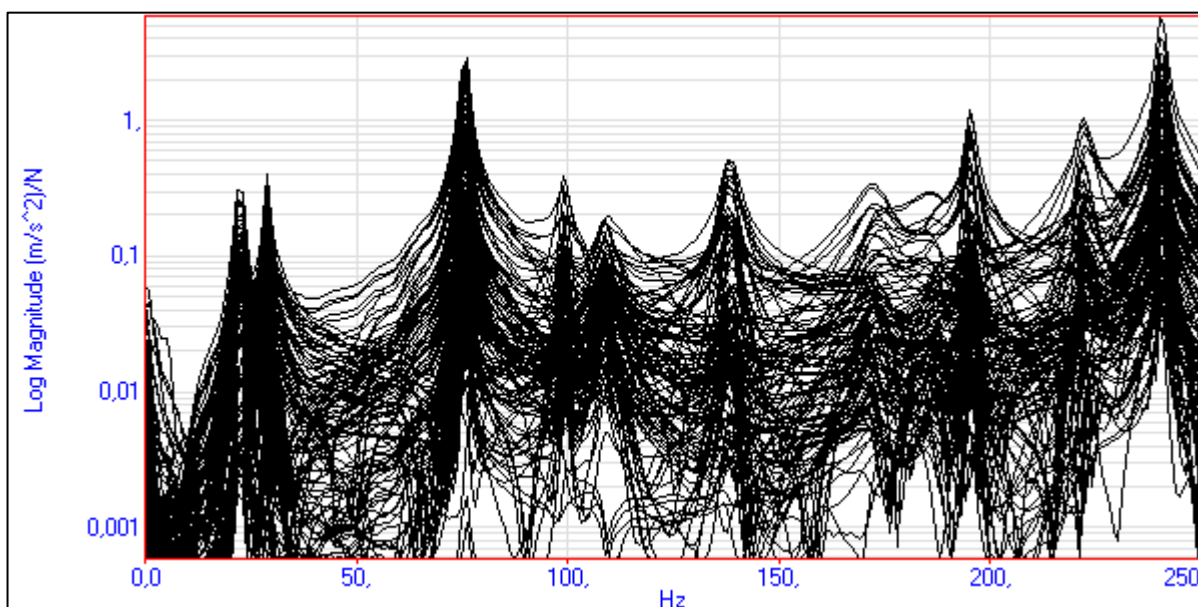
Vzhledem k menší tuhosti uložení konzoly při měření měly první módy nižší vlastní frekvence a ve spektru se vyskytují další módy kmitů.

Experimentální modální analýza		FEM analýza	
mód	vl. frekvence [Hz]	mód	vl. frekvence [Hz]
1	22,4	1.	34,2
2	28,9	2.	38,5
3	75,7	3.	76,7
4	99,2	–	
5	109	–	
6	138	4.	139
7	172	5.	168
8	195	6.	182
9	222	8.	228
10	241	10.	245

Tab. 6.2 Vlastní frekvence a modální tlumení, 1. způsob zatěžování.

Experimentální modální analýza		FEM analýza	
mód	vl. frekvence [Hz]	mód	vl. frekvence [Hz]
1	19,2	1.	28,4
2	24,5	2.	31,4
3	71,1	3.	63,7
4	90,3	4.	104
5	108	–	
6	131	5.	138
7	171	–	
8	192	–	
9	208	–	
10	230	–	

Tab. 6.3. Vlastní frekvence a modální tlumení, 5. způsob zatěžování.



Obr. 6.5 Frekvenční přenosové funkce, 1. způsob zatěžování. [10]

6.3 Chyby měření

Celková kombinovaná nejistota měření byla do 2%. Vychází z chyby operátora, chyby metody měření a použitých snímačů (hodinek).

Chyba tisícinových ručičkových úchylkoměrů KINEX (hodinek) byla půl dílku stupnice, což bylo 0,5 μm . Nejmenší odečtená hodnota byla 83 μm (chyba 0,6%).

Měření a vyhodnocování časových (frekvenčních) záznamů proběhlo s chybou měření času 10^{-8} s.

Piezo snímače zrychlení byly kalibrovány v návaznosti na ČMI a chyba bude do 1%.

Chyby měření byly konzultovány s kolegy s dlouholetou praxí v oboru a dané nejistoty vycházejí z jejich zkušeností.

6.4 Shrnutí měření statické tuhosti a experimentální modální analýzy

Statická a dynamická tuhost měřicí konzoly pro zkušební stolicí TOS Varnsdorf byla posouzena měřením statické deformace a experimentální modální analýzou. Tuhost konzoly je podstatná pro přesnost měřicích systémů při provozu stolice a citlivost na vibrace. Výsledky byly porovnány s předchozí analýzou konzoly pomocí FEM.

Z měření vyplývají následující závěry:

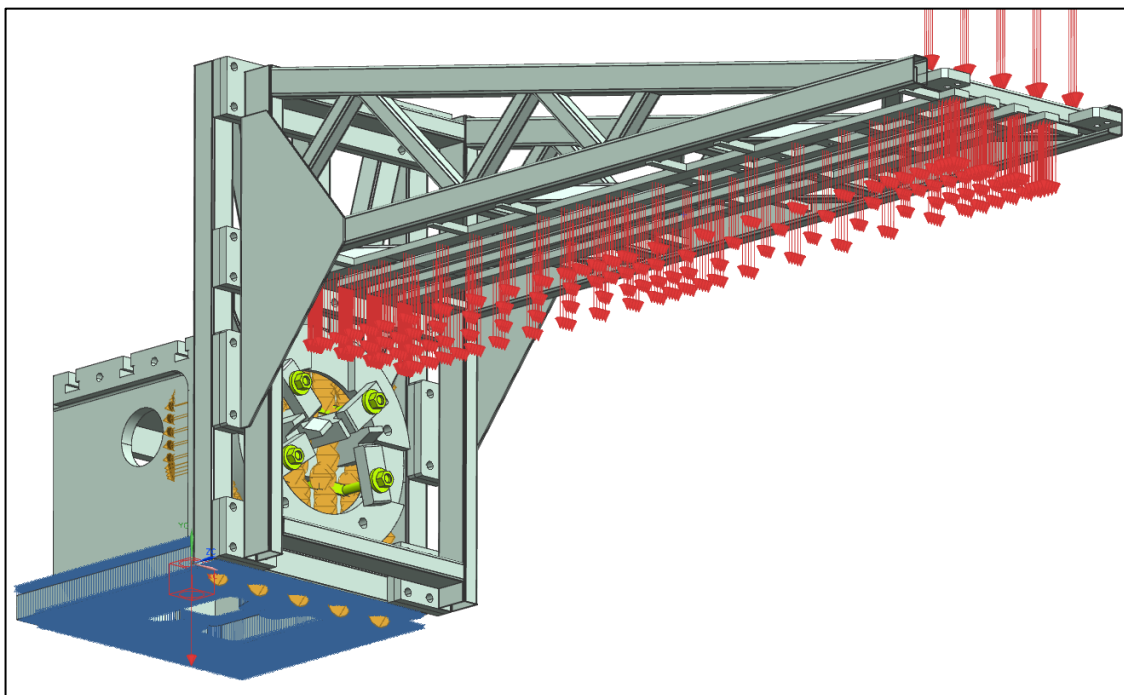
- Tuhost uchycení konzoly při měření byla nižší než uložení v teoretickém FEM modelu (vetknutí s nekonečnou tuhostí). Naměřená statická tuhost je přibližně o 1/3 nižší než teoretická hodnota. První módy kmitu mají nižší vlastní frekvence a ve spektru se vyskytují další módy odpovídající deformacím v uložení.
- Charakter pohybu konzoly (lineární závislost deformace při statickém zatěžování a vlastní tvary kmitu) odpovídá teoretickým výsledkům.
- Uložení konzoly na zkušební stolicí bude mít také určitou konečnou poddajnost, statická a dynamická tuhost konzoly bude v tomto případě bližší naměřeným výsledkům.
- Nižší naměřená statická a dynamická tuhost konzoly by neměla mít negativní vliv na činnost a přesnost měřicích systémů.

7. Simulace reálného uložení

Výsledky měření ukazovaly velkou odchylku od teoretického MKP modelu. Byla vyloučena chyba měření a chyba upnutí (poddajnosti) kostky a šroubových spojů a upínek. Chyba byla zřejmě způsobena rozdílným uložením, ale toto tvrzení bylo třeba ověřit a potvrdit správnost 3D modelu.

Postupně se začaly k modelu konzoly dodělavat 3D prvky uložení (obr 7.1) podle jejího vlivu na výsledky. Začalo se s litinovou upínací kostkou (EN-GJL-300; $E = 120$ GPa, $\mu = 0,26$; $\rho = 7250$ kg/m³), pak se přidaly ocelové upínky (se šrouby M20) a nakonec skutečné závaží v podobě ocelových hranolů.

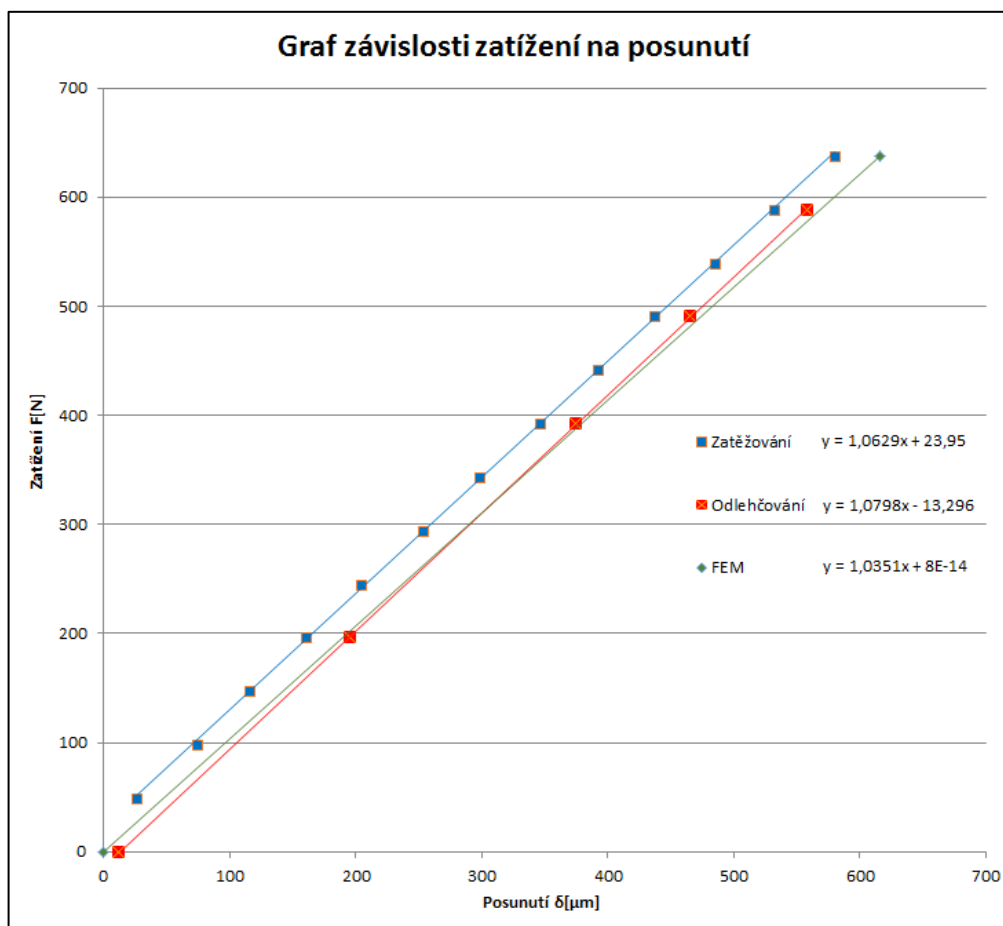
Upnutí litinové kostky zajistily 4 šrouby M20. Šrouby byly dostatečně předeprnuté, v MKP byly na upínací kostce zamezeny posuvy ve styku s podlahou (obr. 7.1). Úloha byla řešena i s kontakty (pouze pro zjištění deformací), ale i bez kontaktů. Jen se zamezením posuvů byly výsledky stejné jako s kontakty. Kontakty se bohužel nedaly použít pro modální analýzu.



Obr 7.1 Uložení konzoly bylo stejné jako při měření.

7.1 Výsledky ze simulace reálného uložení

Na obr. 7.2 je vynesena závislost zatížení na posunutí Z_2 při zatěžování (modře) a odlehčování konzoly (červeně). Teoretická hodnota posunutí pro dvě zatěžující hmotnosti je znázorněna zeleně. Chyba v tuhosti (směrnice přímky) konzoly podle měření a MKP je 5%.



Obr. 7.2 Graf závislosti zatížení na posunutí.

Výsledné hodnoty vlastních frekvencí a modálních tlumení jsou pro oba způsoby zatížení uvedeny v tab. 7.1 a 7.2 s doplněním % odchylek.

experimentální modální analýza			FEM analýza	Odchylka
mód	vl. frekvence [Hz]	mód	vl. frekvence [Hz]	[%]
1	22,4	1.	22,9	2,2
2	28,9	2.	23,3	24,0
3	75,7	3.	72,4	4,6
4	99,2	4.	90	10,2
5	109	5.	107,7	1,2
6	138	6.	143,7	4,0
7	172	7.	175,7	2,1
8	195	8.	193,6	0,7
9	222	9.	223,6	0,7
10	241	10.	229,2	5,1

Tab. 7.1 Vlastní frekvence a modální tlumení, 1. způsob zatěžování.

experimentální modální analýza			FEM analýza	Odchylka
mód	vl. frekvence [Hz]	mód	vl. frekvence [Hz]	[%]
1	19,2	1.	19,4	1,0
2	24,5	2.	19,8	23,7
3	71,1	3.	69,5	2,3
4	90,3	4.	89,9	0,4
5	108	5.	97,8	10,4
6	131	6.	137,8	4,9
7	171	7.	173,9	1,7
8	192	8.	190,1	1,0
9	208	9.	217,1	4,2
10	230	10.	227,1	1,3

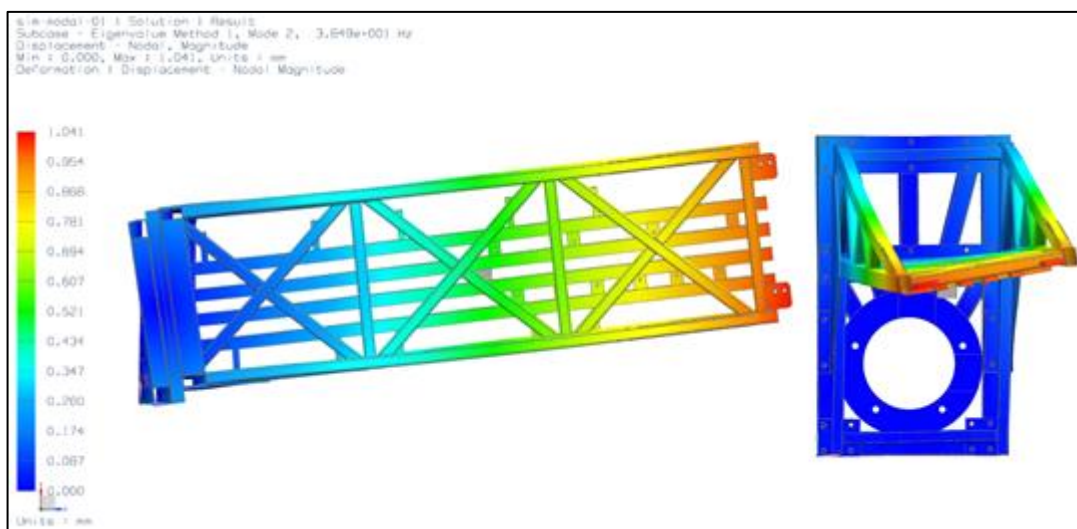
Tab. 7.2. Vlastní frekvence a modální tlumení, 5. způsob zatěžování.

7.2 Shrnutí výsledků ze simulace reálného uložení

Naměřené hodnoty z hlediska deformací a tuhosti odpovídají teoretickému FEM modelu (chyba 5%).

Výsledky modální analýzy se podařily přiřadit všem frekvencím (1. - 10.), ale 2. mód vykazoval velkou chybu (tvar je na obr. 7.3). Ve skutečnosti byla tuhost v tomto směru větší. To lze vysvětlit nezfrézovaným návarkem na konzole (obr. 7.4), který vytváří větší tuhost. Ostatní módy byly v dobré shodě.

MKP model lze považovat za odpovídající realitě.



Obr 7.3 Deformace y, z, 2. mód 1. způsobu zatěžování.



Obr. 7.4 Nezfrézovaná část ovlivňující tuhost.

8. Závěr

V DP je vypracovaných několik variant měřicího rámu a z nich je vybrána nejvhodnější varianta. Tato varianta byla nejprve hodnocena po stránce konstrukční (podle přístupu k měřicím místům, hmotnosti, způsobu upnutí na čelo vřeteníku). Poté byla zhodnocena MKP analýzou, z hlediska tuhosti a maximálních napětí. Jelikož průhyby byly moc vysoké, bylo třeba celou konstrukci v problémových místech vyztužit. Následná MKP analýza potvrdila, že výztuhy byly zvoleny správně a konstrukce je tužší.

Pro zjištění provozních podmínek při upnutí konzoly na stroj, bylo třeba provést měření na čele konkrétního vřeteníku při daných provozních otáčkách a se zvoleným nevyvážkem na vřetení. Měření sloužilo k identifikaci možného vnějšího zatížení konzoly. Ukázalo se, že celková efektivní hodnota vibrací je velmi malá a nebude mít vliv na správnou funkci měřicího rámu.

Výsledky MKP analýzy byly experimentálně ověřeny a zjistily se výrazné neshody od teoretického modelu. Problém tkvěl v uložení konzoly při měření, konzola byla upnuta na litinovou kostku, místo toho aby byla upnuta přímo na stroj. V době měření totiž nebyl stroj WHQ13CNC k dispozici a jeho případné odstavení od kontinuální výroby nebylo možné z časového a finančního hlediska. Proto bylo zvoleno upnutí přes mezikruží čtyřmi upínkami na litinovou kostku ve zkušebně VÚTS. Bylo třeba upravit MKP model podle nových okrajových podmínek - vymodelovat litinovou kostku, upínky, matice, šrouby a mezikruží. Model pak odpovídal způsobu upnutí při měření. Následná MKP analýza potvrdila dobrou shodu s výsledky naměřenými. Hodnotily se vlastní frekvence konzoly a její průhyby.

Měřicí konzola bude sloužit k měření statické tuhosti hlavního uložení, měření geometrie, svěšování a dilatace pracovního vřetená, včetně prostorového chování vřetená za rotace všech nově vyrobených obráběcích strojů v TOS Varnsdorf. Zatím byla navrhována jen pro konkrétní stroj WHQ13CNC, ale díky výměnné mezidesce bude univerzální pro další typy. V budoucnu bude tedy třeba ještě navrhnout nové mezidesky a odzkoušet je. V současné době je podskupina Měřicí konzola montována a zkoušena v TOS Varnsdorf. Očekává se bezproblémová funkce konzoly.

DP mi přinesla mnohé praktické zkušenosti s vývojem prototypů. Od prvotních návrhů založených čistě na zkušenostech konstruktéra přes jednoduché ověřovací pevnostní výpočty až k podrobné MKP analýze. Seznámil jsem se s nejnovějšími

měřicími metodami, snímači a postupy k identifikaci vibrací na obráběcích strojích a měření statické a dynamické tuhosti konstrukcí. Prošel jsem si celý pracovní cyklus od zadání zakázky až po poslední šroubek...

9. Literatura

- [1] KOLÁŘ V., NĚMEC I., KANICKÝ V.: FEM Principy a praxe metody konečných prvků. Computer Press, Praha, 1997.
- [2] PETRUŠKA J.: Počítačové metody mechaniky II. VUT, Brno, 2003.
- [3] PETRUŠKA J.: MKP v inženýrských výpočtech. VUT, Brno, 2011.
- [4] DRASTÍK F.: Strojnické tabulky pro konstrukci i dílnu Montanex, Ostrava, 1995.
- [5] HOSCHL C.: Pružnost a pevnost II. VŠST, Liberec, 1992.
- [6] ČSN ISO 10816-3:2010 Vibrace - Hodnocení vibrací strojů na základě měření na nerotujících částech - Část 3: Průmyslové stroje se jmenovitým výkonem nad 15 kW a jmenovitými otáčkami mezi 120 1/min a 15 000 1/min při měření in situ.
- [7] ČSN 20 0065:1992 Obráběcí stroje na kovy. Metody měření a hodnocení mechanického kmitání. Mezní hodnoty kmitání.
- [8] TŮMA J.: Zpracování signálů získaných z mechanických systémů užitím FFT, Sdělovací technika, Štramberk, 1997.
- [9] TOS Varnsdorf: Průvodně technická dokumentace stroje WHQ13CNC, Varnsdorf 2013.
- [10] PUSTKA M.: Měření statické a dynamické tuhosti měřicí konzoly TOS. Zpráva č. MER-29/2013. VÚTS, a.s. Liberec, prosinec 2013.
- [11] PUSTKA, M.: Měření vibrací stroje WHQ13CNC. Zpráva č. MER-14/2013. VÚTS, a.s. Liberec, květen 2013.
- [12] HISEM P.: Modální deformační a napětěová analýza měřicí konzole. Zpráva č. VAM-08/2013. VÚTS, a.s. Liberec, červenec 2013.

[13] ŠVEC P.: Snímačová technika a experimentální modální analýza. Letní škola kmitání mechanických soustav, září 2013.

[14] <http://amber.feld.cvut.cz/vyu/zs/zs9/c8.htm>

[15] <http://www.cae-sim-sol.com/de/msc-software-faqs/msc-nastran/rbe2-und-rbe3-elemente>

10. Přílohy

10.1 Příloha kapitoly 1



Obr 10.1. Stroj WNH13CNC.

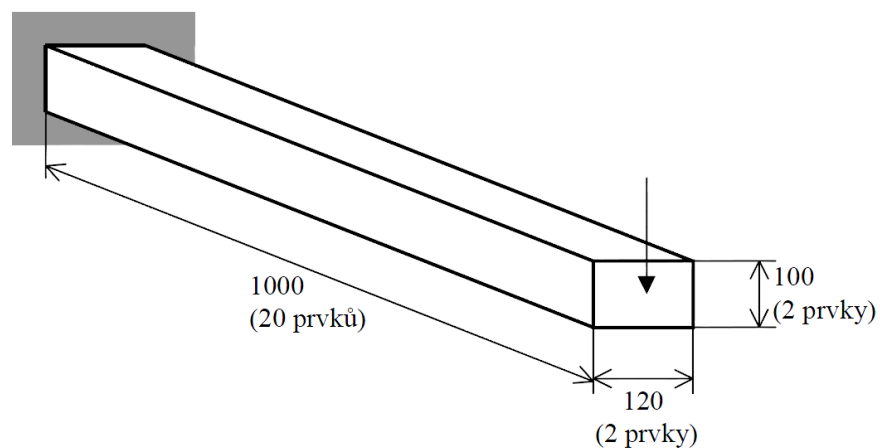
10.2 Příloha kapitoly 2

Příklad 5.3

Řešme pomocí pěti typů prostorových prvků úlohu jednostranně vetknutého nosníku (obr.5.20.), který je na volném konci zatížen osamělou silou o velikosti 10^4N . Modul pružnosti $E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$, délka nosníku 1000 mm, obdélníkový průřez má šířku 120mm a výšku 100mm. Diskretizace je volena tak, že u všech typů prvků je délka nosníku rozdělena 20, šířka na 2 a výška rovněž na 2 prvky. Vetknutí nosníku je provedeno v souladu s předpoklady teorie prosté pružnosti prutů, tedy tak, aby byla zachována možnost příčné deformace prutu i v místě vetknutí. Vůči analytickým výsledkům koncového průhybu a maximálního ohybového napětí ve vetknutí jsou srovnávány numerické výsledky těchto pěti typů prvků:

1. 4-uzlový čtyřstěn (lineární, obr.5.13d)
2. 10-uzlový čtyřstěn (kvadratický, obr.5.16d)
3. 8-uzlový šestistěn (lineární, obr.5.13a) bez doplňkových bázevých funkcí
4. 8-uzlový šestistěn (lineární, obr.5.13a) včetně doplňkových bázevých funkcí
5. 20-uzlový šestistěn (kvadratický, obr.5.16a)

Výsledky jsou prezentovány v podobě tabulky 5.6. Kromě průhybu a napětí je v posledním sloupci uvedena i procentuelní energetická chyba E , která charakterizuje globální míru přesnosti výpočtu (podrobné vysvětlení významu této veličiny viz odst. 9.2). Vedle těchto výsledných hodnot je dobré věnovat pozornost i počtu prvků a zejména uzlů, vygenerovaných pro jednotlivé typy a rozhodujících o kapacitní náročnosti řešené úlohy. Je vidět, že tři nejlepší výsledky (typ 2, 4 a 5) poskytují srovnatelné hodnoty průhybu a napětí, ale při velmi rozdílné velikosti úlohy. Nejnižší počet neznámých dostaneme při použití prvku typu 4, při použití typu 5 je neznámých zhruba 3x, u typu 2 dokonce 6x více. Zbývající dva typy č.1 a 3 dosahují mnohem horší výsledky. Je vidět, že při nutnosti použití čtyřstěnů je vhodné sáhnout po 10-uzlové kvadratické variantě. Při tvorbě mapované sítě se zase jako nejlepší jeví lineární 8-uzlový šestistěn s doplňkovými bázevými funkcemi dle (5.24). Doplňkové funkce vylepší řešení skutečně významným způsobem, jak je patrné při srovnání výsledků prvku typu č.3 a 4.

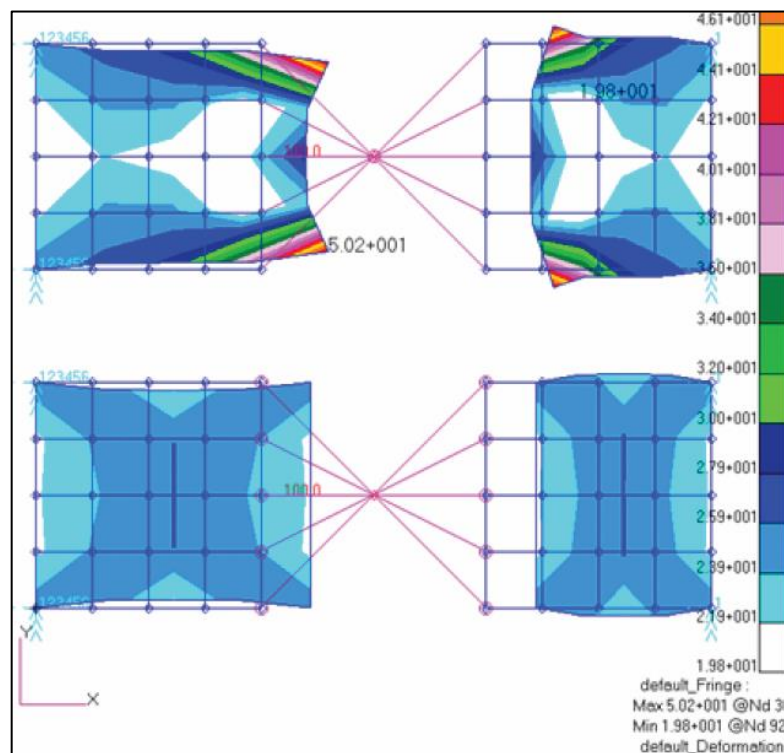


Obr.5.20 Testovací úloha – Příklad 5.3

Typ prvku č.	Počet prvků	Počet uzlů	w_{\max} [mm]	σ_{\max} [MPa]	chyba E [%]
1 lin. čtyřstěn (obr.5.13d)	553	210	1,24	47,2	56,8
2 kvad.čtyřst. (obr.5.16d)	553	1159	1,69	51,6	10,2
3 lin. šestistěn (obr.5.13a)	80	189	1,48	47,8	47,9
4 lin. šestist.+doplň.funkce	80	189	1,68	50,5	8,1
5 kvad.šestist. (obr.5.16a)	80	621	1,68	51,8	10,5
Analyt.řešení	-	-	1,67	50,0	-

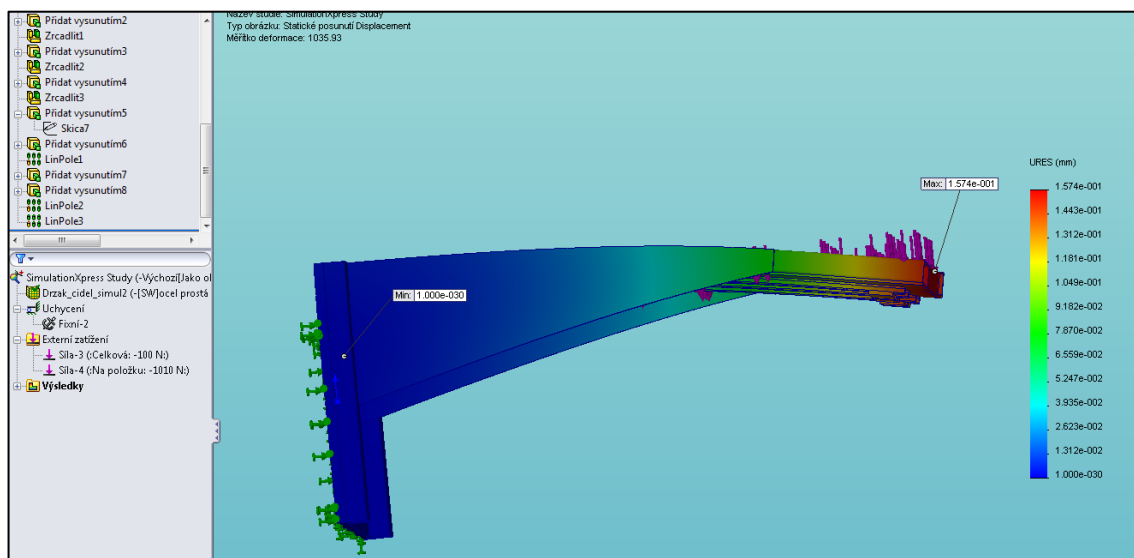
Tab.5.6 Výsledky příkladu 5.3 při diskretizaci různým typem prvků

Obr. 10.2. Druhy prvků a jejich použití. [1]



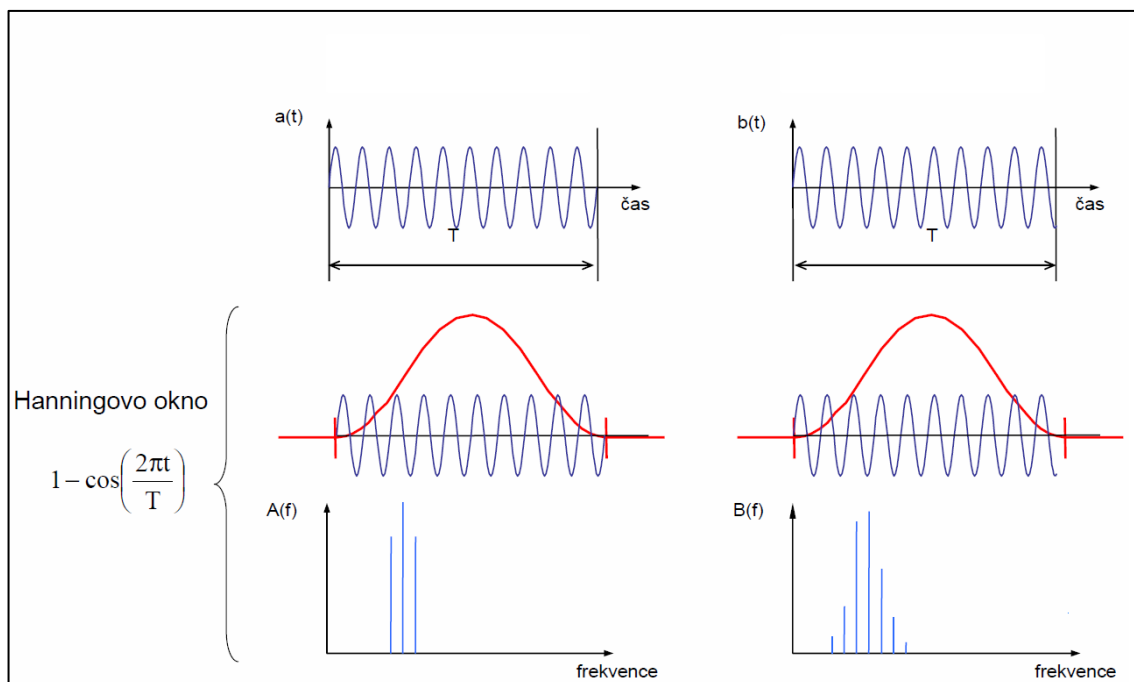
Obr 10.3 Rozdíl mezi RBE2 a RBE3 (RBE3 nahoře). [15]

10.3 Příloha kapitoly 3



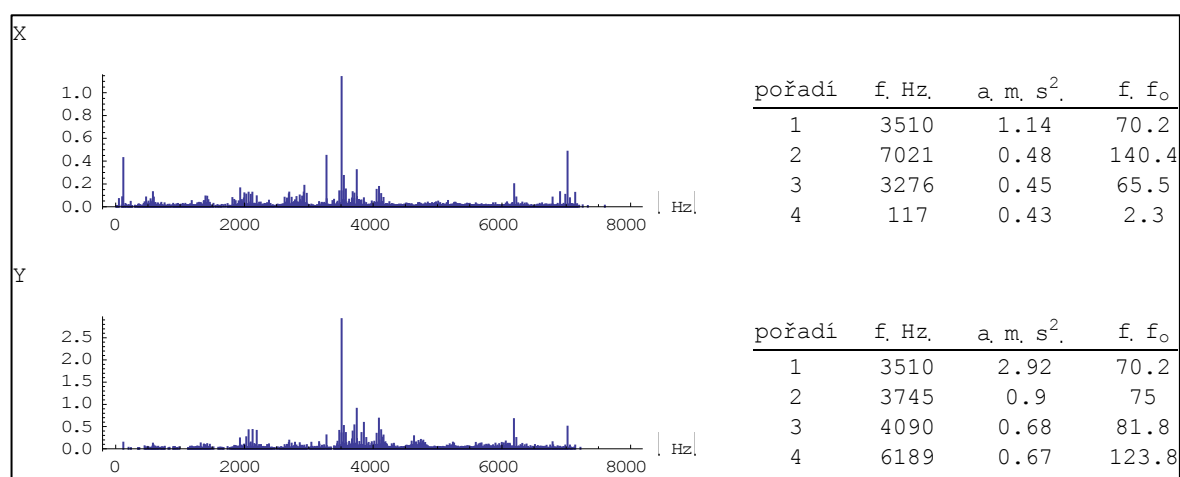
Obr. 10.4. Výstup MKP analýzy z programu SolidWorks 2012.

10.4 Příloha kapitoly 4

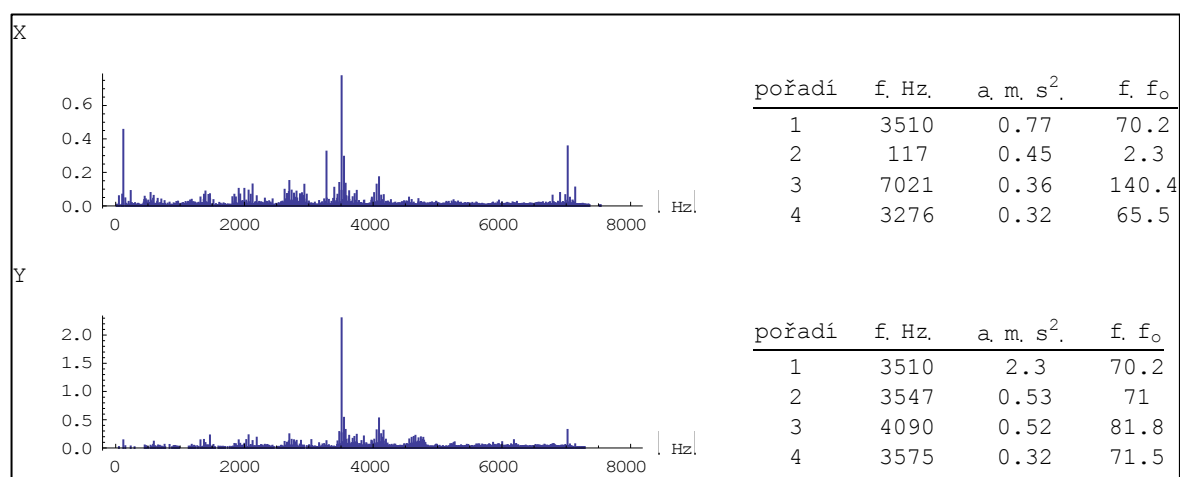


Obr 10.5. Chyby únikem – okno Hanning.

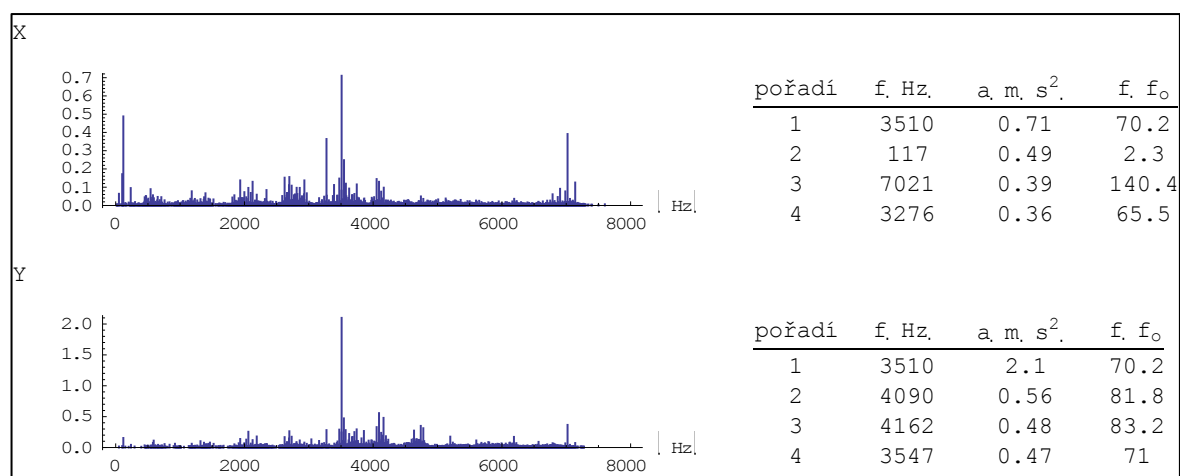
10.5 Příloha kapitoly 5



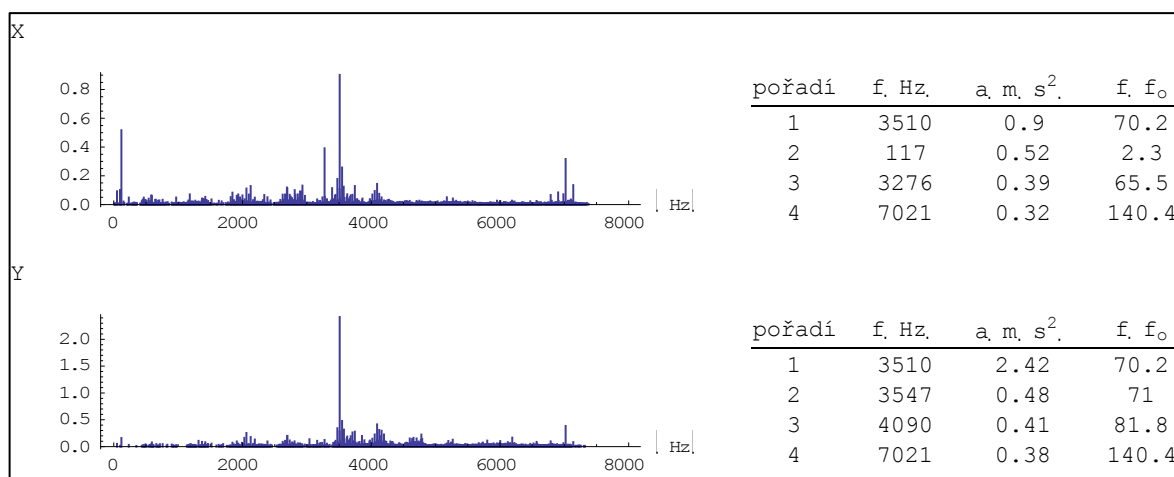
Obr. 10.6 Frekvenční spektrum zrychlení, ot. vřetene 3 000 min⁻¹, vysunutí 300 mm.



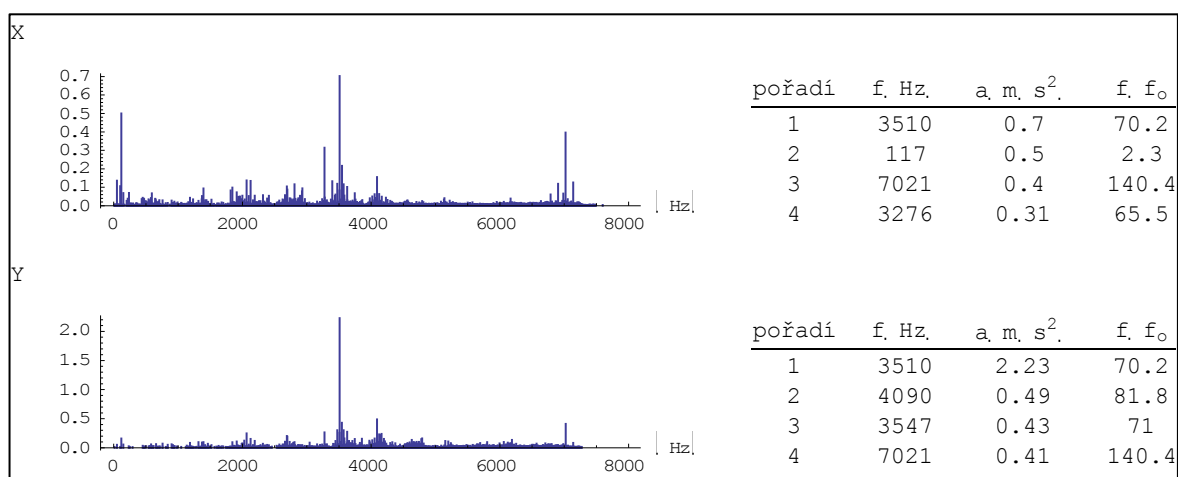
Obr. 10.7 Frekvenční spektrum zrychlení, ot. vřetene 3 000 min⁻¹, vysunutí 550 mm.



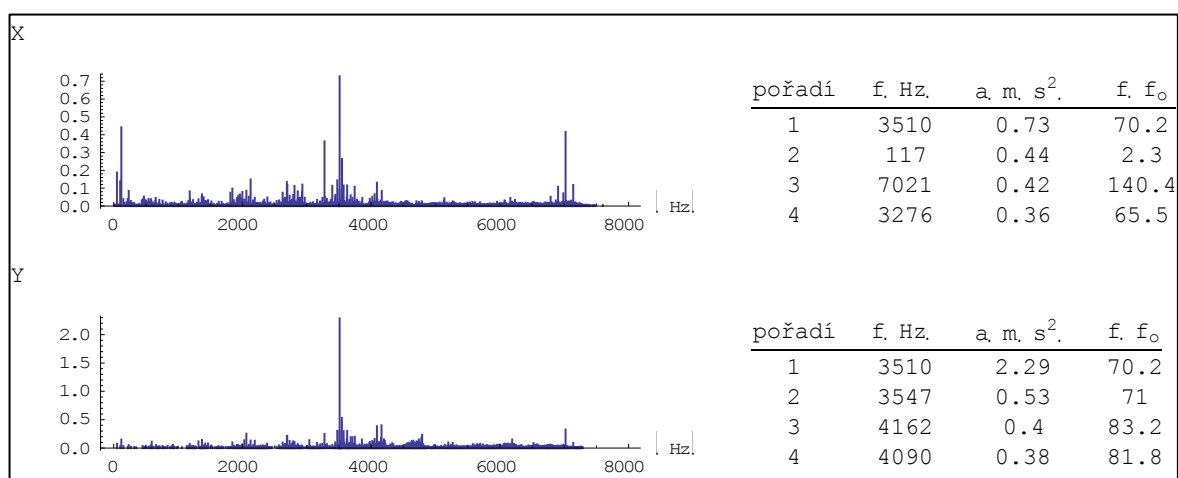
Obr. 10.8 Frekvenční spektrum zrychlení, ot. vřetene 3 000 min⁻¹, vysunutí 800 mm.



Obr. 10.9 Frekv. spekt. zrych., ot. vřetene 3 000 min⁻¹, vysunutí 300 mm, nevývažek.



Obr. 10.10 Frekv. spekt. zrych., ot. vřetene 3 000 min⁻¹, vysunutí 550 mm, nevývažek.



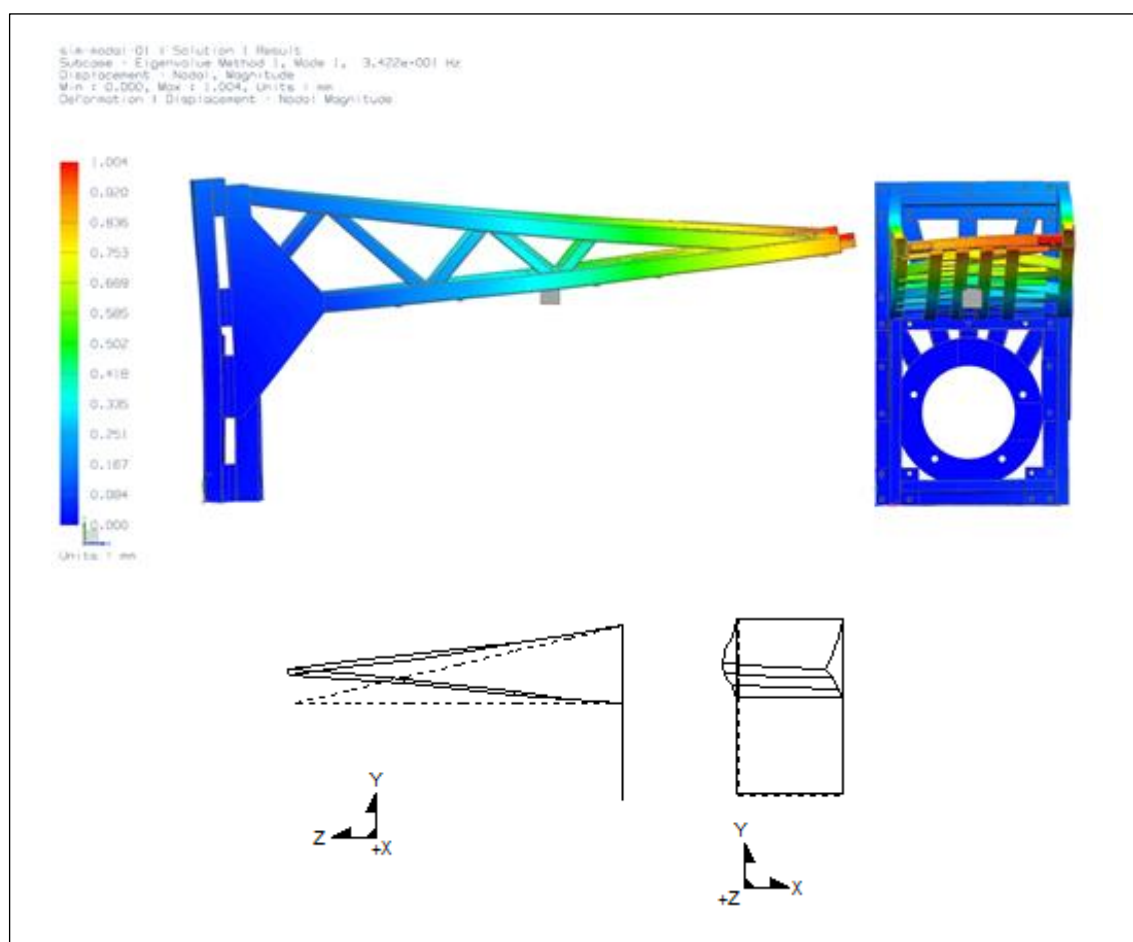
Obr. 10.11 Frekv. spekt. zrych., ot. vřetene 3 000 min⁻¹, vysunutí 800 mm, nevývažek.

10.6 Příloha kapitoly 6

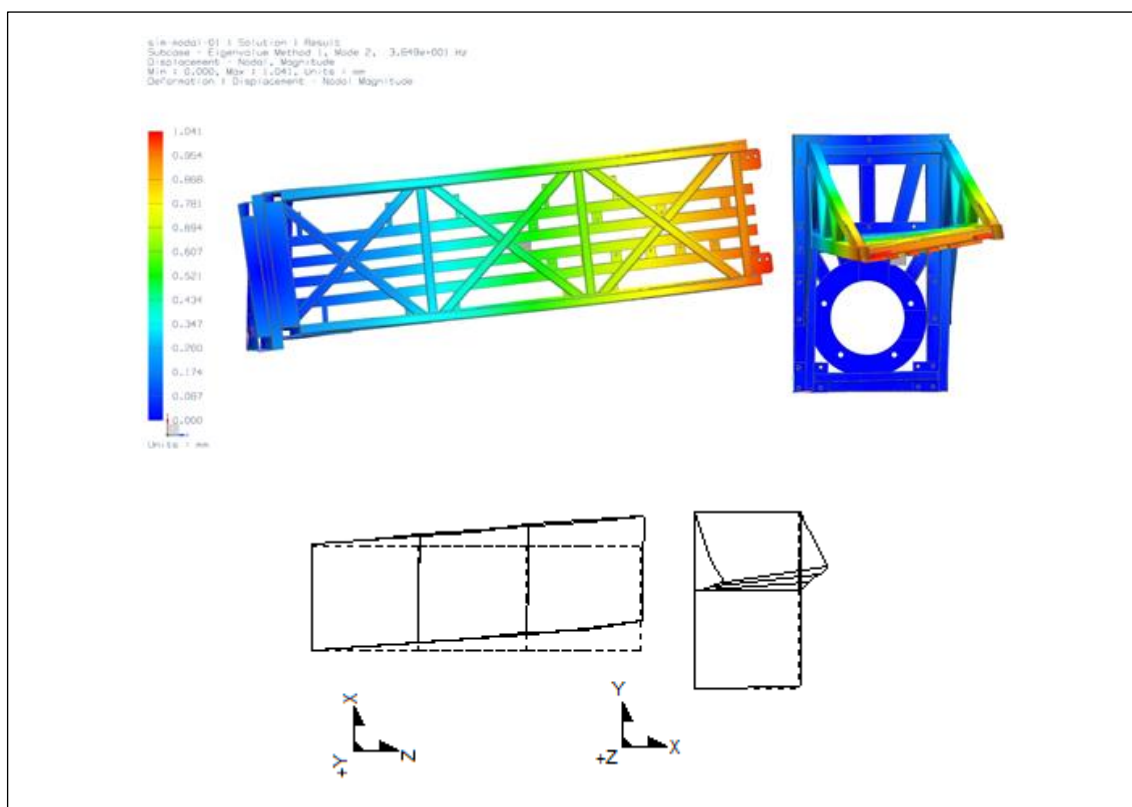


Obr. 10.12 Rázové kladívko, tříosý akcelerometr, převodník náboj/napětí, multifunkční analyzátor.

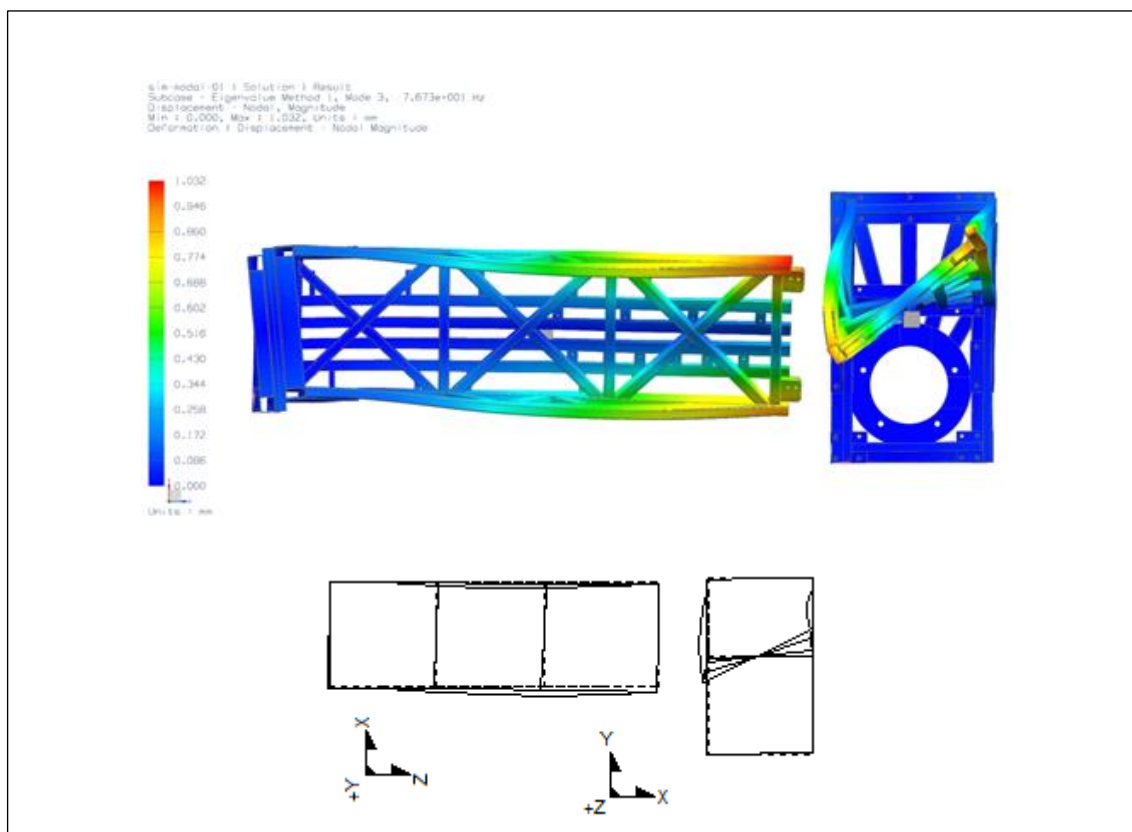
Vlastní tvary kmitů (uvedeny pouze 1.-5. z 10), srovnání naměřených hodnot (černobílé) a vypočtených - FEM (barevné) pro 1. způsob zatěžování.



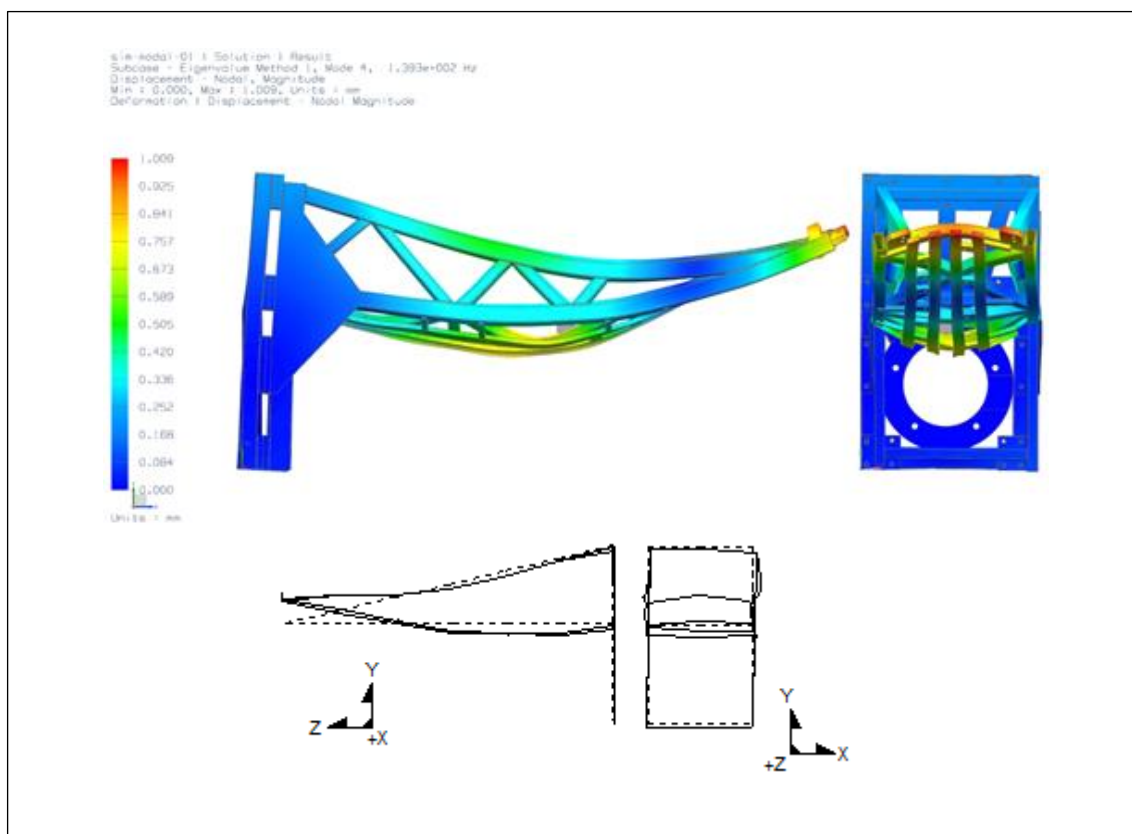
Obr. 10.13 Vlastní tvar kmitu 1. módu při frekvenci 22,4 Hz, 1. způsob zatěžování.



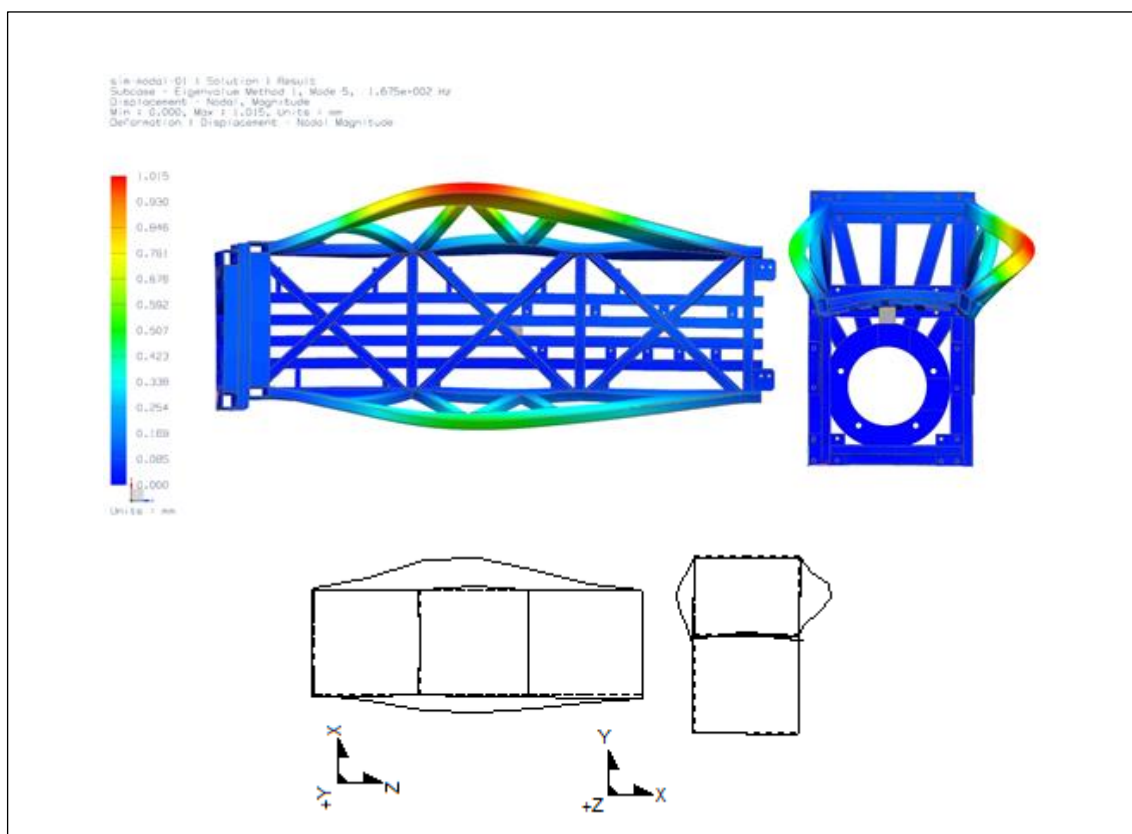
Obr. 10.14 Vlastní tvar kmitu 2. módu při frekvenci 28,9 Hz, 1. způsob zatěžování.



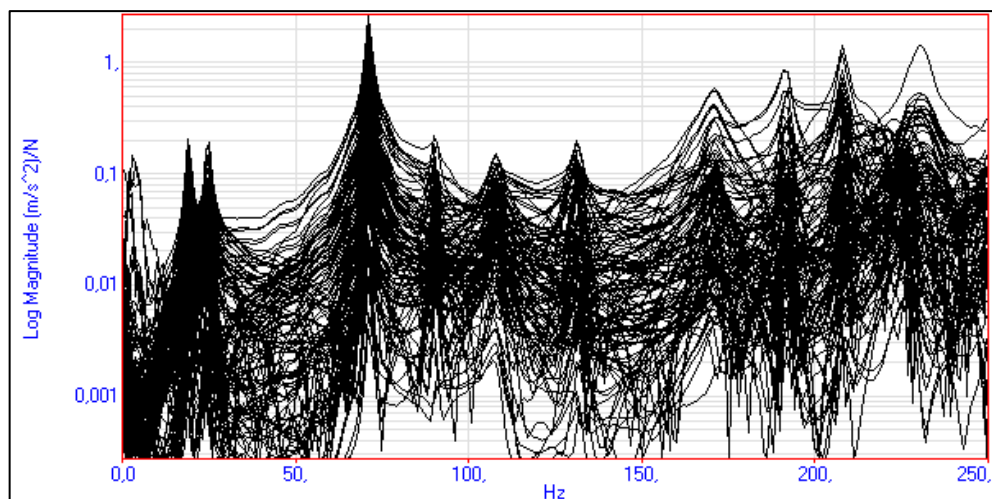
Obr. 10.15 Vlastní tvar kmitu 3. módu při frekvenci 75,7 Hz, 1. způsob zatěžování.



Obr. 10.16 Vlastní tvar kmitu 4. módu při frekvenci 99,2 Hz, 1. způsob zatěžování.

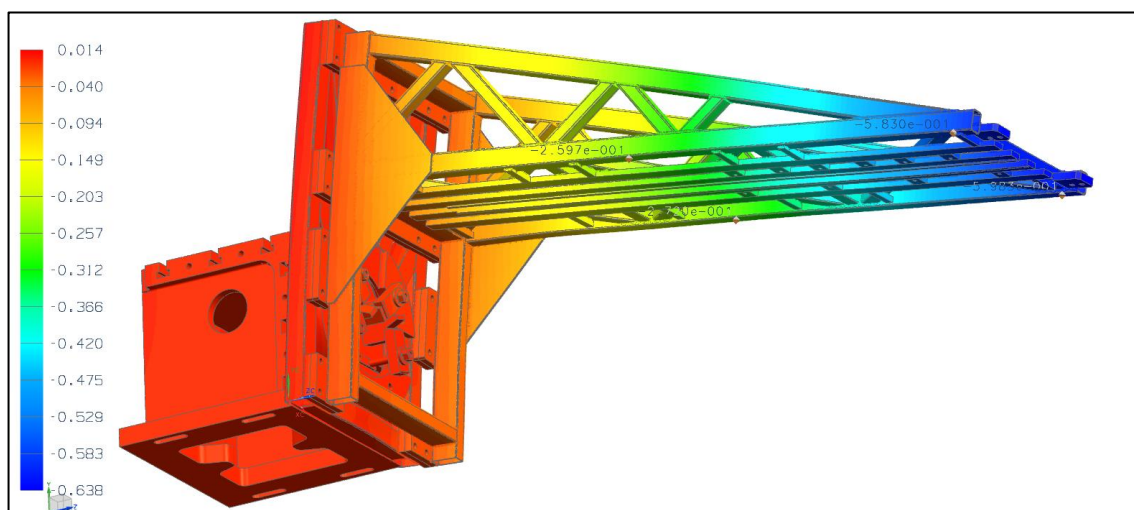


Obr. 10.17 Vlastní tvar kmitu 5. módu při frekvenci 109 Hz, 1. způsob zatěžování

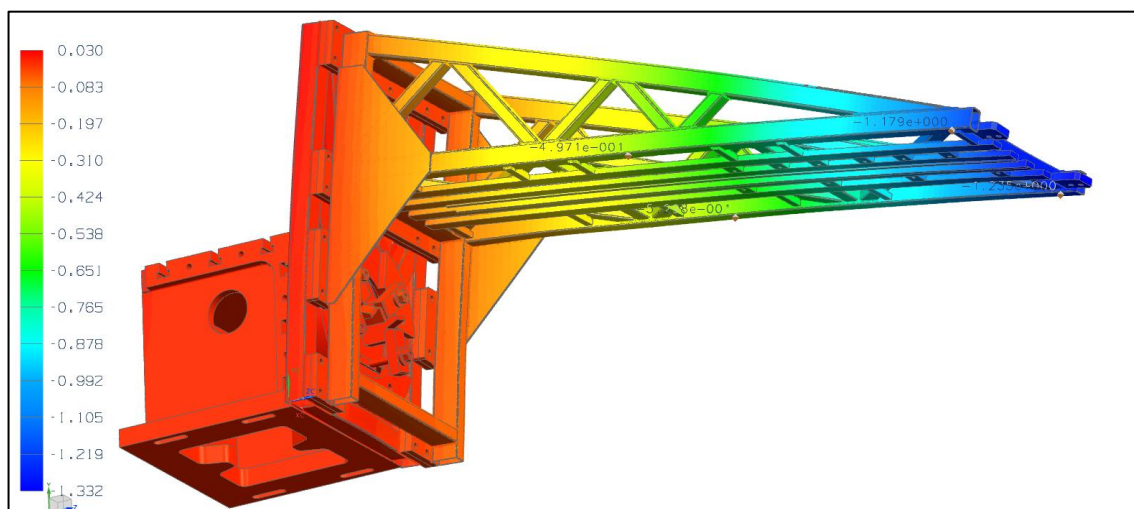


Obr. 10.18 Frekvenční přenosové funkce, 5. způsob zatěžování.

10.7 Příloha kapitoly 7



Obr 10.19 Deformace konzoly v 1 m a ve 2 m při 1. zp. zatížení.



Obr 10.20 Deformace konzoly v 1 m a ve 2 m při 1. zp. zatížení + 65kg na konci.